

*А.Н. Ершова, В.В. Толобородько,
А.С. Ершова*

АЛГЕБРА ГЕОМЕТРИЯ



8

*Самостоятельные
и контрольные работы*



ИЛЕКСА

А.П. Ершова, В.В. Голобородько, А.С. Ершова

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ 8 КЛАССА

*8-е издание,
исправленное и дополненное*

Рекомендовано
Научно-методическим советом по математике
Министерства образования и науки Российской Федерации
в качестве учебного пособия для общеобразовательных
учебных учреждений

Москва
ИЛЕКСА
2013

УДК 372.8:51+514
ББК 74.262.21-26+74.202
Е80

Рецензенты:

Ю.В. Гандель, доктор физико-математических наук,
профессор Харьковского Национального университета
им. В.Н. Каразина;

Е.Е. Харик, Заслуженный учитель Украины,
преподаватель математики ФМЛ № 27 г. Харькова

*Перепечатка отдельных разделов и всего издания — запрещена.
Любое коммерческое использование данного издания
возможно только с разрешения издателя*

Ершова А.П., Голобородько В.В., Ершова А.С.

Е80 Самостоятельные и контрольные работы по алгебре
и геометрии для 8 класса. — 8-е изд., испр. и доп. — М.:
ИЛЕКСА, — 2013, — 240 с.
ISBN 978-5-89237-307-4

Пособие содержит самостоятельные и контрольные работы по
всем важнейшим темам курса алгебры и геометрии 8 класса.

Работы состоят из 6 вариантов трех уровней сложности.

Дидактические материалы предназначены для организации
дифференцированной самостоятельной работы учащихся.

УДК 372.8:51+514
ББК 74.262.21-26+74.202

© Ершова А.П.,
Голобородько В.В.,
Ершова А.С., 2009
© ИЛЕКСА, 2009

ISBN 978-5-89237-307-4

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основные особенности предлагаемого сборника самостоятельных и контрольных работ:

1. Сборник содержит *полный набор самостоятельных и контрольных работ по всему курсу алгебры и геометрии 8 класса.*
Контрольные работы рассчитаны на один урок, самостоятельные работы — на 20–35 минут, в зависимости от темы и уровня подготовки учащихся.
2. Сборник позволяет осуществить дифференцированный контроль знаний, так как задания распределены по трем уровням сложности А, Б и В. Уровень А соответствует обязательным программным требованиям, Б — среднему уровню сложности, задания уровня В предназначены для учеников, проявляющих повышенный интерес к математике, а также для использования в классах, школах, гимназиях и лицеях с углубленным изучением математики. Для каждого уровня приведено два расположенных рядом равноценных варианта (как они обычно записываются на доске), поэтому на уроке достаточно одной книги на парте.
3. Как правило, на одном развороте книги приводятся оба варианта всех трех уровней сложности. Благодаря этому учащиеся могут сравнить задания различных уровней и, с разрешения учителя, выбрать подходящий для себя уровень сложности.
4. В книгу включены *домашние самостоятельные работы*, содержащие творческие, нестандартные задачи по каждой изучаемой теме, а также задачи повышенной сложности. Эти задания могут в полном объеме или частично предлагаться учащимся в качестве зачетных, а также использоваться как дополнительные

ные задания для проведения контрольных работ. По усмотрению учителя выполнение нескольких или даже одного такого задания может оцениваться отличной оценкой.

Ответы к контрольным и домашним самостоятельным работам приводятся в конце книги.

5. Тематика и содержание работ охватывают требования действующей программы по математике для 8 класса. Для удобства пользования книгой приводится таблица тематического распределения работ по учебникам Ю. Н. Макарычева и др., Ш. А. Алимова и др., А. В. Погорелова и Л. С. Атанасяна и др.

Наш адрес в Интернете: www.ilexa.ru.

Алгебра

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ

С-1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

Вариант А1

1

Найдите значение выражения:

$$\frac{a-5}{a^2+5} \text{ при } a = -1.$$

$$\frac{a^2-1}{a-5} \text{ при } a = -3.$$

2

Сократите дроби:

$$\text{а) } \frac{14b^3}{21b}; \text{ б) } \frac{x^2-9}{3x-9};$$

$$\text{а) } \frac{16b}{20b^4}; \text{ б) } \frac{4x-16}{x^2-16};$$

$$\text{в) } \frac{5y-10y^2}{2y-1}.$$

$$\text{в) } \frac{12y^3-8y^2}{2-3y}.$$

3

Укажите значение x , при которых
не имеет смысла выражение:

$$\frac{x-1}{x+1}.$$

$$\frac{x+3}{x-3}.$$

Вариант Б1

1

Найдите значение выражения:

$$\frac{a+1}{a} + \frac{a}{a-1} \text{ при } a = 0,5.$$

$$\frac{a}{a-2} - \frac{a-5}{a} \text{ при } a = 2,5.$$

Вариант Б2

2

Сократите дроби:

а) $\frac{6x^3y^2}{15xy^3}$; б) $\frac{2b+18}{b^2+18b+81}$;

а) $\frac{15x^2y^6}{9x^3y^4}$; б) $\frac{b^2+10b+25}{5b+25}$;

в) $\frac{y^2-2y+1}{1-y^2}$.

в) $\frac{4-y^2}{y^2-4y+4}$.

3Укажите допустимые значения
переменной в выражении:

$$\frac{1}{x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-1}.$$

$$\frac{x+1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2+4}.$$

Вариант В 1**Вариант В 2****1**

Найдите значение выражения:

$$\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$$

при $a = \frac{2}{3}$; $b = \frac{1}{3}$.

$$\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$$

при $a = \frac{4}{7}$; $b = \frac{3}{7}$.

2

Сократите дроби:

а) $\frac{x^7-x^5}{x^7-x^9}$; б) $\frac{2-2b^2}{4b^2-8b+4}$;

а) $\frac{a^3-a^5}{a^3-a}$; б) $\frac{2b^2-8b+8}{16-4b^2}$;

в) $\frac{x^3-3x^2+2x-6}{x^3-27}$.

в) $\frac{x^3-8}{x^3-2x^2+x-2}$.

3

Найдите область определения функции:

$$y = \frac{1}{x - \frac{1}{x}}.$$

$$y = \frac{x}{1 - \frac{1}{x}}.$$

С-2. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ**Вариант А1****1**

Выполните действия:

$$а) \frac{3x}{x-4} - \frac{x+8}{x-4};$$

$$а) \frac{4x}{x+1} - \frac{x-3}{x+1};$$

$$б) \frac{y-x}{y^2-9} - \frac{x-3}{9-y^2}.$$

$$б) \frac{2-x}{4-y^2} - \frac{x+y}{y^2-4}.$$

2

Представьте в виде дроби:

$$а) \frac{b-a}{ab} + \frac{b-a}{b^2};$$

$$а) \frac{a-b}{a^2} + \frac{a-b}{ab};$$

$$б) x^2 + \frac{2x^2}{x-2}.$$

$$б) 2x + \frac{2x^2}{1-x}.$$

3

Докажите, что при любых допустимых значениях y значение выражения не зависит от y :

$$\frac{y^2 - 2y - 3}{y^2 - 1} + \frac{4}{2y - 2}.$$

$$\frac{9}{3y + 6} + \frac{y^2 - 3y + 2}{y^2 - 4}.$$

Вариант Б 1**①**

Выполните действия:

а) $\frac{2x+17}{49-x^2} - \frac{10+x}{49-x^2};$

б) $\frac{y^2-8y}{y-3} - \frac{9+2y}{3-y}.$

②

Представьте в виде дроби:

а) $\frac{15b-2}{10b^2} + \frac{5+b}{5b^3};$

б) $x-3 - \frac{x^2-x}{x+2}.$

③Докажите, что при любых допустимых значениях переменных значение выражения не зависит от x и y :

$$\frac{2y^2}{xy+2y^2} - \frac{2xy-x^2}{x^2-4y^2}.$$

$$\frac{x^2+2xy}{x^2-4y^2} + \frac{2y^2}{2y^2-xy}.$$

Вариант В 1**①**

Выполните действия:

а) $\frac{x^2-6x}{x^2-16} - \frac{2x-16}{x^2-16};$

а) $\frac{5x^2+4x}{4x^2-1} - \frac{x^2-1}{4x^2-1};$

Вариант Б 2Вариант В 2

$$б) \frac{2x^2 + 2x}{4x^2 - y^2} + \frac{xy + y}{y^2 - 4x^2}.$$

$$б) \frac{xy - x}{x^2 - 9y^2} + \frac{3y - 3y^2}{9y^2 - x^2}.$$

2

Представьте в виде дроби:

$$а) \frac{11 + 3a^2}{33a^3b} - \frac{2b^2 + 11}{22ab^3};$$

$$а) \frac{7a - 3b}{21ab^2} - \frac{7b - 2a}{14a^2b};$$

$$б) \frac{2y^3 - 3}{y^2} - 2y + 3.$$

$$б) \frac{6y^2 + 1}{2y} - 3y - 1.$$

3

Докажите, что при данном условии значение выражения является положительным числом:

$$\frac{a - 2}{a^2 + 2a + 4} + \frac{6a}{a^3 - 8} \text{ при } a > 2.$$

$$\frac{a - 1}{a^2 + a + 1} + \frac{3a}{a^3 - 1} \text{ при } a > 1.$$

К-1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

Вариант А1

1

Сократите дроби:

$$а) \frac{2xy^3}{8x^2y^2};$$

$$б) \frac{3x^2 + 9x}{3x};$$

Вариант А2

$$а) \frac{3x^4y}{9x^3y^2};$$

$$б) \frac{2x^2 - 6x}{2x};$$

$$в) \frac{a-3}{a^2-6a+9}.$$

$$в) \frac{a+1}{a^2+2a+1}.$$

2

Преобразуйте в дробь выражения:

$$а) \frac{a^2+3}{a^3} - \frac{3-a}{3a};$$

$$а) \frac{a+4}{4a} - \frac{a-2}{a^2};$$

$$б) \frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1};$$

$$б) \frac{3x}{x+3} + \frac{3x}{x-3};$$

$$в) \frac{x}{x-2y} - \frac{4y^2}{x^2-2xy};$$

$$в) \frac{9x^2}{3xy-y^2} - \frac{y}{3x-y};$$

$$г) 2a+b - \frac{4ab}{2a+b}.$$

$$г) a-3b + \frac{6ab}{a-3b}.$$

3

Упростите выражение:

$$\frac{3}{x+3} + \frac{3}{x^2-3x} + \frac{2x}{9-x^2}.$$

$$\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x^2-2x} - \frac{4}{4-x^2}.$$

4Найдите допустимые значения
переменной в выражении:

$$\frac{x-2}{x^2-x}.$$

$$\frac{x+3}{x^2+x}.$$

Вариант Б 1**1**

Сократите дроби:

$$а) \frac{15x^4-25x^3}{5x^5};$$

$$а) \frac{6x^2+18x^4}{12x^3};$$

Вариант Б 2

$$\text{б)} \frac{9y^2 - 1}{9y - 3};$$

$$\text{б)} \frac{25y^2 - 4}{25y + 10};$$

$$\text{в)} \frac{a^2 + 4a + 4}{4 - a^2}.$$

$$\text{в)} \frac{9 - a^2}{a^2 + 6a + 9}.$$

2

Преобразуйте в дробь выражения:

$$\text{а)} \frac{x+2}{x+3} - \frac{x-1}{x};$$

$$\text{а)} \frac{x}{x-4} - \frac{x+2}{x-2};$$

$$\text{б)} 2y - \frac{4y^2}{2y-1} - 1;$$

$$\text{б)} 6y + \frac{12y}{6y-1} - 1;$$

$$\text{в)} \frac{5a^2}{5ab - b^2} - \frac{b}{25a - 5b};$$

$$\text{в)} \frac{a}{3a - 9b} - \frac{3b^2}{a^2 - 3ab};$$

$$\text{г)} \frac{x^2}{x^2 - x} + \frac{1}{2 - 2x}.$$

$$\text{г)} \frac{x^2}{x^3 - 4x} + \frac{1}{4 - 2x}.$$

3

Докажите, что при всех допустимых значениях a выражение тождественно равно нулю:

$$\frac{4(a+1)}{a^3 - 8} + \frac{a}{a^2 + 2a + 4} + \frac{1}{2 - a}.$$

$$\frac{2a+1}{a^3 - 1} + \frac{a}{a^2 + a + 1} + \frac{1}{1 - a}.$$

4

Определите, при каких натуральных значениях n данное выражение принимает целые значения:

$$\frac{2n+12}{2n}.$$

$$\frac{3n-18}{3n}.$$

Вариант В1**1**

Сократите дроби:

а) $\frac{(a-1)(a+1)}{a^4 - 2a^2 + 1}$;

б) $\frac{4y^2 - 1}{1 + 8y^3}$;

в) $\frac{x^2 - y^2 + 2x - 2y}{x + y + 2}$.

Вариант В2

а) $\frac{(a+2)(a-2)}{a^4 - 8a^2 + 16}$;

б) $\frac{27y^3 + 1}{1 - 9y^2}$;

в) $\frac{x^2 - y^2 - 3x - 3y}{x - y - 3}$.

2

Преобразуйте в дробь выражения:

а) $\frac{ab}{ab-1} - \frac{1+ab}{ab}$;

б) $\frac{1}{x^2 - 4x + 4} + \frac{1}{2x - x^2}$;

в) $\frac{4b^2 + 9}{2b + 3} - 2b - 3$;

г) $\frac{a+1}{a^2 + a + 1} + \frac{a+2}{a^3 - 1}$.

а) $\frac{xy - 2}{xy} - \frac{xy}{2 + xy}$;

б) $\frac{1}{1 - 2x + x^2} - \frac{1}{x^2 - x}$;

в) $\frac{9b^2 + 1}{3b - 1} - 3b + 1$;

г) $\frac{2a + 8}{a^3 - 8} + \frac{a + 2}{a^2 + 2a + 4}$.

3

Докажите, что при всех допустимых значениях переменных выражение тождественно равно нулю:

$$\frac{1}{(x-1)(x-y)} + \frac{1}{(1-x)(1-y)} + \frac{1}{(y-x)(y-1)}.$$

$$\frac{1}{(y-x)(y+2)} + \frac{1}{(x+2)(x-y)} + \frac{1}{(x+2)(y+2)}.$$

4

Зная, что $\frac{a}{b} = 2$, найдите
значение выражения:

$$\frac{2b - a}{a}.$$

$$\frac{a + 2b}{2a}.$$

С-3. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ. ВОЗВЕДЕНИЕ ДРОБИ В СТЕПЕНЬ

Вариант А1

1

Выполните действия:

а) $\frac{12x^3}{25} \cdot \frac{5}{4x^4};$

б) $(2x - 6) \cdot \frac{x^2}{x - 3};$

в) $\left(-\frac{3a}{b^2}\right)^2;$

г) $\frac{y^2 - y}{2xy} \cdot \frac{2x}{y^2 - 1}.$

Вариант А2

а) $\frac{2}{3x^3} \cdot \frac{9x^4}{4};$

б) $(x + 2) \cdot \frac{x}{3x + 6};$

в) $\left(-\frac{a^3}{2b}\right)^2;$

г) $\frac{y^2 - 4}{3y} \cdot \frac{3y^2}{y^2 - 2y}.$

2

Представьте в виде дроби:

а) $-\frac{4a}{5c^2} : \left(-\frac{a}{10c^4}\right);$

а) $-\frac{3a^3}{2b^2} : \left(-\frac{a}{4b^2}\right);$

б) $\frac{m^2 - 4n^2}{m^2} : (4m - 8n);$

б) $\frac{9m^2 - n^2}{n^2} : (15m + 5n);$

$$\text{в)} \frac{2x-1}{x^2-6x+9} : \frac{1-2x}{x^2-3x}$$

$$\text{г)} \frac{2a-4}{a^2+4} : \frac{a^2-4a+4}{a^4-16}$$

$$\text{в)} \frac{x^2+2x}{2-3x} : \frac{x^2+4x+4}{3x-2}$$

$$\text{г)} \frac{a^4-1}{a^2+2a+1} : \frac{a^2+1}{2a+2}$$

Вариант Б1

1

Выполните действия:

$$\text{а)} \frac{18x^3}{7b^4} \cdot \frac{14b}{9x^2};$$

$$\text{б)} \frac{2}{9a^2-b^2} \cdot (6a-2b);$$

$$\text{в)} \left(-\frac{2a^4}{3b^2}\right)^3;$$

$$\text{г)} \frac{x^3-16x}{3xy} \cdot \frac{6y}{2x+8}.$$

$$\text{а)} \frac{9x}{10b^2} \cdot \frac{5b^3}{3x^3};$$

$$\text{б)} \frac{3}{a^2-4b^2} \cdot (5a+10b);$$

$$\text{в)} \left(-\frac{3a^5}{4b^3}\right)^2;$$

$$\text{г)} \frac{4xy}{x^2-5x} \cdot \frac{2x^2-50}{8y}.$$

2

Представьте в виде дроби:

$$\text{а)} -\frac{c^3+7c^2}{2b} : \frac{49-c^2}{4b^2};$$

$$\text{б)} \frac{3m-6n}{mn} : (m^2-4mn+4n^2);$$

$$\text{в)} \frac{ax-3a}{2x+6} : \frac{9-x^2}{x^2+6x+9};$$

$$\text{г)} \frac{a^3+1}{a-1} : \frac{a^2-a+1}{a^2-1}.$$

$$\text{а)} \frac{c^2-36}{9b^3} : \left(-\frac{6c+c^2}{3b^2}\right);$$

$$\text{б)} \frac{2m+6n}{nm} : (m^2+6mn+9n^2);$$

$$\text{в)} \frac{a^2-4}{a^2+4a+4} : \frac{16-8a}{ax+2x};$$

$$\text{г)} \frac{a+1}{a^3-1} : \frac{a^2-1}{a^2+a+1}.$$

Вариант В1**1****Выполните действия:**

а) $\left(\frac{2ab^2}{3c^3}\right)^3 \cdot \frac{9c^8}{4a^3b^5};$

б) $(-y^2 + 3y - 9) \cdot \frac{2y}{y^3 + 27};$

в) $\frac{x^4 - 1}{x^3 - x} \cdot \frac{x}{1 + x^2};$

г) $\frac{5a + 10b}{a - 5} \cdot \frac{15 - 3a}{4b^2 + 4ab + a^2}.$

2**Представьте в виде дроби:**

а) $\frac{a^2b - 36b^3}{6a^3b^2} : \frac{a^2 + 6ab}{a^4b};$

б) $\frac{(3m - 3)^2}{3} : (3m^2 - 3);$

в) $\frac{x^2 - 100}{x^2 + xy - 10x - 10y} : \frac{x^2 + xy + 10x + 10y}{x^2 + 2xy + y^2};$

г) $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1} : \frac{x^2 + 2x + 1}{2 - 2x}.$

Вариант В2

а) $\left(\frac{3a^2}{4b^3c}\right)^2 \cdot \frac{8b^5c^2}{27a^8};$

б) $\frac{3y}{y^3 - 8} \cdot (-y^2 - 2y - 4);$

в) $\frac{x^2}{1 - x^4} \cdot \frac{1 - x^8}{x^6 + x^2};$

г) $\frac{12a - 4b}{3a + 1} \cdot \frac{1 + 6a + 9a^2}{5b - 15a}.$

а) $\frac{a^3 - 64ab^2}{8a^3b^3} : \frac{ab - 8b^2}{a^2b^4};$

б) $\frac{8m^2 - 32}{2} : (2m + 4)^2;$

в) $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - xy - 7x + 7y} : \frac{x^2 - xy + 7x - 7y}{x^2 - 49};$

г) $\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{3 - 3x^2} : \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1}.$

С-4. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

Вариант А1

1

Выполните действия:

$$\text{а) } \left(\frac{x}{x-1} - 1 \right) \cdot \frac{xy-y}{x};$$

$$\text{б) } \frac{a}{b} - \frac{a^2-b^2}{b^2} : \frac{a+b}{b};$$

$$\text{в) } \left(\frac{y+3}{y-3} - \frac{y-3}{y+3} \right) : \frac{12y}{y^2+6y+9}.$$

Вариант Б1

1

Выполните действия:

$$\text{а) } \left(a+b - \frac{2ab}{a+b} \right) \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{m}{mn-n^2} - \frac{1}{m-n} \right) : \frac{n}{n-m};$$

$$\text{в) } \frac{4x^2-9}{9x^2-6x+1} : \frac{2x-3}{3x-1} + \frac{4-x}{1-3x}.$$

Вариант В1

1

Выполните действия:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \left(\frac{4y}{x^2-3xy} - \frac{x}{xy-3y^2} \right) : \\ & \frac{x^2-4y^2}{3xy^2-x^2y}; \end{aligned}$$

Вариант А2

$$\text{а) } \left(1 - \frac{x}{x+1} \right) : \frac{x}{xy+y};$$

$$\text{б) } \frac{b}{a} + \frac{a^2-b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{a+b};$$

$$\text{в) } \left(\frac{y-2}{y+2} + \frac{y+2}{y-2} \right) : \frac{2y^2+8}{y^2+4y+4}.$$

Вариант Б2

$$\text{а) } \left(a-b + \frac{2ab}{a-b} \right) \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{m-n} - \frac{n}{m^2-mn} \right) : \frac{m}{n-m};$$

$$\text{в) } \frac{9x^2-4}{4x^2-4x+1} : \frac{3x-2}{2x-1} + \frac{x+3}{1-2x}.$$

Вариант В2

$$\begin{aligned} \text{а) } & \left(\frac{x}{2xy-y^2} - \frac{9y}{2x^2-xy} \right) : \\ & \frac{9y^2-x^2}{xy^2-2x^2y}; \end{aligned}$$

$$6) \left(\frac{n^2 - 5n}{n^2 - 10n + 25} + \frac{25}{n^2 - 25} \right) \times \frac{5+n}{125-n^3};$$

$$в) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x+1}}}.$$

$$6) \left(\frac{16}{n^2 - 16} + \frac{n^2 + 4n}{n^2 + 8n + 16} \right) \times \frac{4-n}{64+n^3};$$

$$в) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x-1}}}.$$

**С-5*. ВСЕ ДЕЙСТВИЯ
С РАЦИОНАЛЬНЫМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ
(домашняя самостоятельная работа)**

Вариант 1

1

Упростите выражения:

$$а) \frac{1}{(x-y)(x-3)} + \frac{1}{(y-3)(y-x)} + \frac{1}{(3-x)(3-y)};$$

$$6) \frac{1}{a(a+2)} + \frac{1}{(a+2)(a+4)} + \frac{1}{(a+4)(a+6)} + \frac{1}{(a+6)(a+8)}.$$

Вариант 2

$$а) \frac{1}{(a+4)(b+4)} + \frac{1}{(a-b)(a+4)} + \frac{1}{(b+4)(b-a)};$$

$$6) \frac{1}{b(b+3)} + \frac{1}{(b+3)(b+6)} + \frac{1}{(b+6)(b+9)} + \frac{1}{(b+9)(b+12)}.$$

2

Вычислите:

$$\frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + b^2}, \text{ если } b : a = 1 : 2.$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy - y^2}, \text{ если } x : y = 1 : 2.$$

3

Представьте выражение в виде $ax + b + \frac{c}{x-1}$,
где a , b и c — целые числа:

$$\frac{2x^2 + 5x - 3}{x-1}.$$

$$\frac{4x^2 - 2x + 3}{x-1}.$$

4

Определите, при каких натуральных n
значения данных выражений являются
целыми числами:

$$\frac{n^2 + 3n - 2}{n+2}.$$

$$\frac{n^2 - 3n + 5}{n-1}.$$

5

Найдите a и b из тождества:

$$\frac{3}{x^2 + x - 6} = \frac{a}{x+3} + \frac{b}{x-2}.$$

$$\frac{2}{x^2 + 2x - 8} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+4}.$$

6

Докажите, что если $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то верны
следующие производные пропорции:

$$\text{а) } \frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c};$$

$$\text{а) } \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d};$$

$$\text{б) } \frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d};$$

$$\text{б) } \frac{a \pm b}{c \pm d} = \frac{a}{c} = \frac{b}{d};$$

$$\text{в) } \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d};$$

$$\text{в) } \frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d};$$

$$\text{г) } \frac{a}{b} = \frac{na+mc}{nb+md}.$$

$$\text{г) } \frac{c}{d} = \frac{na+mc}{nb+md}.$$

**С-6. ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ
И ЕЕ ГРАФИК****Вариант А1****①**

Функция задана формулой:

$$y = \frac{6}{x};$$

а) найдите значение y при $x = -2$;б) найдите значение x , при котором

$$y = 1;$$

в) принадлежит ли графику функции точка

$$A(0;6)?$$

г) Постройте график данной функции.

②Функция задана формулой $y = \frac{k}{x}$.Найдите число k , если известно, что график функции проходит через точку

$$C(0,25; -16).$$

$$D(-0,2; 15).$$

Вариант Б1**①**

Функция задана формулой:

$$y = -\frac{16}{x};$$

Вариант А2

$$y = -\frac{6}{x};$$

при $x = 3$;

$$y = -6;$$

Вариант Б2

$$y = \frac{16}{x};$$

- а) найдите значение функции,
если значение аргумента равно

$$-4; \qquad -8;$$

- б) найдите значение аргумента,
при котором значение функции равно

$$1; \qquad -16;$$

- в) какие из точек A, B, C, D принадлежат графику этой функции, если

$$A(-0,5; 32); \quad B(32; 0,5); \quad C\left(-1\frac{1}{3}; -12\right); \quad D\left(1\frac{3}{5}; -10\right)?$$

- г) Постройте график данной функции.

②

График обратной пропорциональности проходит через точку M .

Проходит ли он через точку N , если

$$M(-2; -5); \quad N(0,2; 50)?$$

$$M(2; -2); \quad N(-0,8; 5)?$$

В а р и а н т В 1

①

Функция задана формулой:

$$y = \frac{20}{x};$$

$$y = -\frac{20}{x};$$

- а) найдите значение функции, если значение аргумента равно

$$-15; \qquad 16;$$

- б) найдите значение аргумента, при котором значение функции равно

$$25; \qquad -30;$$

- в) при каком значении m график данной функции проходит через точку A , если

$$A(m; -10)? \qquad A(-10; m)?$$

- г) Постройте график данной функции.

В а р и а н т В 2

②

График функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через

точку В. Найдите число k , если

$$B(k^2; -0,5).$$

$$B\left(-k^2; \frac{1}{3}\right).$$

К-2. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ

Вариант А1

①

Выполните действия:

$$а) \frac{24a^4}{b^3} \cdot \frac{b^4}{8a^4};$$

$$б) \frac{7xy^2}{2} : 14x^2y^2;$$

$$в) \frac{m+2n}{m-n} \cdot \frac{m^2-n^2}{5m+10n};$$

$$г) \frac{x^2-2x+1}{x^2-25} : \frac{x-1}{x^2+5x}.$$

Вариант А2

$$а) \frac{a^2}{6b^3} \cdot \frac{24b^3}{a};$$

$$б) 21x^3y : \frac{7x^3y^2}{3};$$

$$в) \frac{m-3n}{m+n} \cdot \frac{m^2-n^2}{3m-9n};$$

$$г) \frac{x^2-16}{x^2+4x+4} : \frac{x^2-4x}{x+2}.$$

②

Постройте график функции:

$$y = -\frac{4}{x}.$$

$$y = \frac{4}{x}.$$

③

Упростите выражения:

$$а) \left(\frac{x-y}{2x} \right)^2 \cdot \left(\frac{4x}{x-y} + \frac{4x}{y} \right);$$

$$б) \left(x - \frac{5x-16}{x-3} \right) : \left(3x - \frac{3x}{x-3} \right).$$

$$а) \left(\frac{9y}{x} - \frac{9y}{x+y} \right) \cdot \left(\frac{x+y}{3y} \right)^2;$$

$$б) \left(4x - \frac{12x}{x-2} \right) : \left(x - \frac{8x-25}{x-2} \right).$$

Вариант Б 1**1****Выполните действия:**

$$а) \frac{28ab^2}{9c^3} \cdot \frac{18c^5}{35a^2b};$$

$$б) (x^2 - 4y^2) : \frac{x+2y}{2y};$$

$$в) \frac{8m-2n}{2n+3} \cdot \frac{9+6n}{32m^2-2n^2};$$

$$г) \frac{y+6}{y^2-12y+36} : \frac{6y+36}{y^3-6y^2}.$$

Вариант Б 2**1****Выполните действия:**

$$а) \frac{17a^2}{26b^2c^3} \cdot \frac{39b^3c^2}{34a^4};$$

$$б) \frac{4x-y}{4x} : (16x^2 - y^2);$$

$$в) \frac{3m+1}{3m^2-27n^2} \cdot \frac{3m+9n}{2+6m};$$

$$г) \frac{7y-49}{y^2+7y} : \frac{y-7}{y^2+14y+49}.$$

2**Постройте график функции:**

$$y = \frac{12}{x}.$$

$$y = -\frac{12}{x}.$$

3**Упростите выражения:**

$$а) \left(\frac{a^2+b^2}{ab} + 2 \right) \cdot \frac{ab}{a+b};$$

$$б) \left(\frac{x+2}{x^2+2x+4} - \frac{6x-13}{x^3-8} \right) \times \\ \times \frac{2x^2+4x+8}{3-x}.$$

$$а) \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} - 1 \right) \cdot \frac{2ab}{a-b};$$

$$б) \left(\frac{x-2}{x^2-2x+4} - \frac{2x-5}{x^3+8} \right) \times \\ \times \frac{3x^2-6x+12}{1-x}.$$

Вариант В1**1****Выполните действия:**

а) $\frac{a^3b - ab^3}{2b - a} \cdot \frac{-a + 2b}{a^4 - b^4};$

б) $\frac{2x + 10}{3x} : (2x^2 + 20x + 50);$

в) $\frac{x^2 - 4y^2}{x^3 + 8y^3} \cdot \frac{(x + 2y)^2 - 6xy}{2y - x};$

г) $\frac{m^6 + m^5}{(2m - 2)^2} : \frac{m^5 + m^4}{4m^2 - 4m}.$

Вариант В2

а) $\frac{2a - b}{a^2b - 2b^2} \cdot \frac{a^4 - 4b^2}{-b + 2a};$

б) $\frac{3x - 9}{2x} : (3x^2 - 18x + 27);$

в) $\frac{8x^3 - y^3}{4x^2 - y^2} \cdot \frac{y + 2x}{(2x - y)^2 + 6xy};$

г) $\frac{9m^2 - 9m}{m^4 + m^3} : \frac{(3m - 3)^2}{m^5 + m^4}.$

2**Постройте график функции:**

$$y = -\frac{18}{x}.$$

$$y = \frac{18}{x}.$$

3**Упростите выражения:**

а) $\frac{2ab + 4b - 3a - 6}{2b + 2b^2} : \left(\frac{4b^2 + 21}{2b + 2} - 6 \right);$

а) $\left(\frac{9a^2 - 8}{3a - 3} - 4 \right) : \frac{3ax - 2x + 9a^2 - 6a}{3a^2 - 3a};$

б) $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1} \right) : \left(1 + \frac{9}{x^3-1} \right);$

б) $\left(1 - \frac{9}{x^3+1} \right) : \left(\frac{x-1}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} \right);$

КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

С-7. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ

Вариант А1

❶

Вычислите:

а) $2\sqrt{16} + \sqrt{36}$;

б) $0,1\sqrt{2500}$;

в) $\sqrt{\frac{4}{9}}$;

г) $\sqrt{196} - 10\sqrt{0,01}$.

Вариант А2

а) $4\sqrt{25} + \sqrt{81}$;

б) $0,2\sqrt{4900}$;

в) $\sqrt{\frac{9}{16}}$;

г) $100\sqrt{0,04} - \sqrt{289}$.

❷

Найдите значение выражения:

$\sqrt{2x-3}$ при $x = 1,5$.

$\sqrt{3-6x}$ при $x = 0,5$.

❸

Найдите значение x (если оно существует), при котором верно равенство:

а) $\sqrt{x} = 9$;

б) $2\sqrt{x} - 20 = 0$;

в) $\sqrt{x} + 3 = 0$.

а) $\sqrt{x} = 4$;

б) $3\sqrt{x} - 27 = 0$;

в) $2 + \sqrt{x} = 0$.

④

При каких значениях x
имеет смысл выражение

$$\sqrt{4x} ?$$

$$\sqrt{x^3} ?$$

Вариант Б 1

①

Вычислите:

а) $2\sqrt{49} - 3\sqrt{25}$;

б) $\frac{2}{3}\sqrt{3600}$;

в) $3\sqrt{\frac{64}{81}}$;

г) $10\sqrt{3,24} - \sqrt{256}$.

Вариант Б 2

а) $4\sqrt{16} - 2\sqrt{81}$;

б) $\frac{3}{4}\sqrt{6400}$;

в) $10\sqrt{\frac{49}{100}}$;

г) $\sqrt{361} - 10\sqrt{2,89}$.

②

Найдите значение выражения:

$$\sqrt{2x+5} \text{ при } x = -2,5.$$

$$\sqrt{4x+2} \text{ при } x = -0,5.$$

③

Найдите значение x (если оно
существует), при котором верно
равенство:

а) $\sqrt{x} - 25 = 0$;

б) $\frac{1}{2}\sqrt{x} - 5 = 1$;

в) $\sqrt{x} + 3 = 2,4$.

а) $16 - \sqrt{x} = 0$;

б) $\frac{1}{3}\sqrt{x} - 1 = 2$;

в) $2 + \sqrt{x} = 1,3$.

4

При каких значениях x имеет смысл выражение

$$\sqrt{-5x} ?$$

$$\sqrt{-x^7} ?$$

Вариант В1

1

Вычислите:

а) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{225} - 3\sqrt{81}$;

б) $1\frac{4}{7}\sqrt{4900}$;

в) $\frac{6}{7} \cdot \sqrt{1\frac{13}{36}}$;

г) $\sqrt{\sqrt{0,64} + \sqrt{0,0001}}$.

Вариант В2

а) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{196} - 4\sqrt{64}$;

б) $1\frac{2}{5} \cdot \sqrt{2500}$;

в) $\frac{7}{8} \cdot \sqrt{1\frac{15}{49}}$;

г) $\sqrt{\sqrt{0,81} - \sqrt{0,0081}}$.

2

Найдите значение выражения:

$$\sqrt{4x^2 - y^2} \text{ при } x = 0,5, y = -1.$$

$$\sqrt{x^2 - 25y^2} \text{ при } x = 1, y = -0,2.$$

3

Найдите значение x (если оно существует), при котором верно равенство:

а) $\sqrt{2x - 3} = 9$;

а) $\sqrt{3x - 2} = 4$;

б) $7 - \frac{2}{3}\sqrt{1 - x} = 3$;

б) $9 - \frac{3}{4}\sqrt{2 - x} = 3$;

в) $1 + \sqrt{2x} = 0$.

в) $\sqrt{4x} + 2 = 0$.

④

При каких значениях x имеет смысл выражение

$$\frac{x+2}{\sqrt{-x}}?$$

$$\frac{x-3}{\sqrt{x}}?$$

С-8. УРАВНЕНИЕ $x^2 = a$. ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$

Вариант А1

①

Вычислите:

а) $(2\sqrt{3})^2$;

б) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}$;

в) $2(\sqrt{12})^2 + \sqrt{1}$.

Вариант А2

а) $(3\sqrt{2})^2$;

б) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$;

в) $\sqrt{1} + 2(\sqrt{11})^2$.

②

Решите уравнения:

а) $x^2 = 25$;

б) $x^2 - 5 = 0$;

в) $9 + x^2 = 0$.

а) $x^2 = 36$;

б) $x^2 - 6 = 0$;

в) $16 + x^2 = 0$.

③

Сравните числа:

а) $\sqrt{13}$ и $\sqrt{15}$;

б) 8 и $\sqrt{63}$.

а) $\sqrt{3}$ и $\sqrt{2}$;

б) 4 и $\sqrt{17}$.

④

Принадлежит ли графику функции
 $y = \sqrt{x}$ точка

A(4; -2)?

B(49; -7)?

⑤

При каких значениях y верно
равенство

$(y - 1)^2 = 4?$

$(y + 1)^2 = 1?$

Вариант Б 1

①

Вычислите:

а) $(-4\sqrt{5})^2$;

б) $-5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$;

в) $4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 3\sqrt{1}$.

а) $(-5\sqrt{3})^2$;

б) $3\sqrt{11} \cdot (-\sqrt{11})$;

в) $9\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 2\sqrt{1}$.

②

Решите уравнения:

а) $2x^2 = 0,98$;

б) $1 - x^2 = -4$;

в) $x^2 + 5 = 4$.

а) $3x^2 = 0,75$;

б) $2 - x^2 = -1$;

в) $9 + x^2 = 8$.

③

Расположите в порядке возрастания
числа:

а) $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ и $\sqrt{\frac{1}{5}}$;

а) $\sqrt{\frac{1}{6}}$, $\sqrt{\frac{1}{8}}$ и $\sqrt{\frac{1}{3}}$;

б) $\sqrt{24}$, $\sqrt{27}$ и 5.

б) 3, $\sqrt{8}$ и $\sqrt{11}$.

④

Выберите среди данных точек точки, принадлежащие графику функции

$$y = \sqrt{x} :$$

$A(0,1; 0,01); B(2; \sqrt{2}); C(81; -9).$

$A(-4; 2); B(0,2; 0,04); C(5; \sqrt{5}).$

⑤

При каких значениях y верно равенство

$(y - 2)^2 = 3?$

$(y + 3)^2 = 2?$

Вариант В 1

①

Вычислите:

а) $(-2\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{5})^2;$

а) $(-4\sqrt{3})^2 - 4(\sqrt{3})^2;$

б) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{2};$

б) $\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3};$

в) $\left(\frac{1}{3}\sqrt{27}\right)^2 - 0,1(\sqrt{30})^2.$

в) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{20}\right)^2 - 0,2(\sqrt{20})^2.$

②

Решите уравнения:

а) $4x^2 - 9 = 0;$

а) $9x^2 - 1 = 0;$

б) $10 - \frac{1}{3}x^2 = 0;$

б) $7 - \frac{1}{2}x^2 = 0;$

в) $0,4 - 2x^2 = 0,6.$

в) $3x^2 + 2 = 1,7.$

③

Расположите в порядке возрастания числа:

а) $\sqrt{\frac{5}{6}}$, $\sqrt{\frac{6}{7}}$ и $\sqrt{\frac{2}{3}}$;

а) $\sqrt{\frac{7}{8}}$, $\sqrt{\frac{6}{7}}$ и $\sqrt{\frac{3}{4}}$;

б) -7 , $-\sqrt{50}$ и $-\sqrt{47}$.

б) $-\sqrt{60}$, -8 и $-\sqrt{65}$.

④

Точка $A(m; n)$ принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$. Найдите m и n , если известно, что

$$m = 3n.$$

$$m = 5n.$$

⑤

При каких значениях x верно равенство

$$\frac{24}{(2x-1)^2} = 6?$$

$$\frac{27}{(2x+1)^2} = 3?$$

С-9. КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ ПРОИЗВЕДЕНИЯ, ДРОБИ, СТЕПЕНИ

Вариант А1

①

Вычислите:

а) $\sqrt{25 \cdot 400}$; б) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$;

в) $\sqrt{(-16)^2}$.

Вариант А2

а) $\sqrt{16 \cdot 900}$; б) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$;

в) $\sqrt{(-25)^2}$.

2

Используя свойства корня, найдите значения выражений:

а) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$; б) $\frac{\sqrt{300}}{\sqrt{3}}$;

а) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$; б) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{500}}$;

в) $\sqrt{5^2 \cdot 2^4}$.

в) $\sqrt{3^2 \cdot 10^4}$.

3

Упростите выражения:

а) $\sqrt{4x^2}$, если $x > 0$;

а) $\sqrt{9x^2}$, если $x > 0$;

б) $\sqrt{y^8}$.

б) $\sqrt{y^{12}}$.

Вариант Б 1**1**

Вычислите:

а) $\sqrt{1,44 \cdot 36}$; б) $\sqrt{5\frac{1}{16}}$;

а) $\sqrt{25 \cdot 1,69}$; б) $\sqrt{2\frac{2}{49}}$;

в) $2\sqrt{(-81)^2}$.

в) $3\sqrt{(-25)^2}$.

2

Используя свойства корня, найдите значения выражений:

а) $\sqrt{19,6} \cdot \sqrt{0,4}$;

а) $\sqrt{22,5} \cdot \sqrt{0,4}$;

б) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{240}}$;

б) $\frac{\sqrt{104}}{\sqrt{26}}$;

в) $\sqrt{5^4 \cdot 2^6}$.

в) $\sqrt{2^8 \cdot 3^4}$.

3

Упростите выражения:

а) $\sqrt{0,64x^2}$, если $x > 0$;

а) $\sqrt{0,25x^2}$, если $x > 0$;

б) $-\sqrt{y^6}$, если $y < 0$.

б) $-\sqrt{y^{10}}$, если $y < 0$.

Вариант В1

1

Вычислите:

а) $\sqrt{1,44 \cdot 0,25 \cdot 16}$;

а) $\sqrt{2,25 \cdot 0,16 \cdot 49}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{1\frac{23}{121}}}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{2\frac{1}{144}}}$;

в) $-0,3\sqrt{(-49)^2}$.

в) $-0,2\sqrt{(-64)^2}$.

2

Используя свойства корня, найдите значения выражений:

а) $\sqrt{\frac{2}{9}} \cdot \sqrt{1\frac{13}{32}} \cdot \sqrt{5}$;

а) $\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{1\frac{8}{27}} \cdot \sqrt{7}$;

б) $\frac{\sqrt{3,38}}{\sqrt{0,2}}$;

б) $\frac{\sqrt{0,3}}{\sqrt{3,63}}$;

в) $\sqrt{3^8 \cdot 0,1^4}$.

в) $\sqrt{5^8 \cdot 0,1^4}$.

3

Упростите выражения:

а) $\sqrt{(a-b)^2}$, если $a > b$;

а) $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$, если $x > 1$;

б) $\sqrt{4x^2 - 8x + 4}$, если $x < 1$.

б) $\sqrt{9(x-y)^2}$, если $y > x$.

К-3. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ И ЕГО СВОЙСТВА

Вариант А1

1**Найдите значение выражения:**

а) $\sqrt{144} + 5\sqrt{0,64}$;

б) $(4\sqrt{2})^2$;

в) $\sqrt{0,16 \cdot 25} - 6\sqrt{\frac{1}{36}}$.

Вариант А2

а) $4\sqrt{0,81} + \sqrt{196}$;

б) $(3\sqrt{7})^2$;

в) $\sqrt{0,04 \cdot 81} - 7\sqrt{\frac{1}{49}}$.

2**Вычислите, используя свойства корня:**

а) $\sqrt{11} \cdot \sqrt{44}$; б) $\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{11}}$;

в) $\sqrt{6^4}$.

а) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$; б) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$;

в) $\sqrt{8^6}$.

3**Решите уравнения:**

а) $\sqrt{x} = 3$;

б) $x^2 = 3$;

в) $x^2 = -3$;

г) $x^2 - 2,25 = 0$.

а) $\sqrt{x} = 6$;

б) $x^2 = 6$;

в) $x^2 = -6$;

г) $x^2 - 1,21 = 0$.

4**Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами**

$\sqrt{2}$ и 5.

1 и $\sqrt{10}$.

5

Упростите выражения:

а) $2a\sqrt{a^2}$, если $a > 0$;

а) $b^2\sqrt{b^2}$, если $b > 0$;

б) $-\sqrt{49c^2}$, если $c < 0$.

б) $-\sqrt{81d^2}$, если $d < 0$.

Вариант Б 1

1

Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{3}\sqrt{324} + 20\sqrt{0,36}$;

а) $\frac{1}{4}\sqrt{256} + 30\sqrt{0,64}$;

б) $(-9\sqrt{3})^2$;

б) $(-8\sqrt{2})^2$;

в) $\sqrt{0,81 \cdot 625} - \sqrt{2\frac{1}{4}}$.

в) $\sqrt{0,49 \cdot 225} - \sqrt{1\frac{11}{25}}$.

2

Вычислите, используя свойства корня:

а) $\sqrt{1,3} \cdot \sqrt{5,2}$;

а) $\sqrt{1,1} \cdot \sqrt{9,9}$;

б) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{63}}$;

б) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{12}}$;

в) $\sqrt{(-7)^4}$.

в) $\sqrt{(-3)^6}$.

3

Решите уравнения:

а) $\sqrt{x} - 4 = 0$;

а) $\sqrt{x} - 9 = 0$;

б) $\frac{1}{3}x^2 = 3$;

б) $\frac{1}{2}x^2 = 2$;

в) $-4x^2 = \frac{1}{4}$;

в) $-5x^2 = \frac{1}{5}$;

г) $-2x^2 + 2,42 = 0$.

г) $-3x^2 + 2,43 = 0$.

4

Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами

$\sqrt{3}$ и $\sqrt{13}$.

$\sqrt{2}$ и $\sqrt{10}$.

5

Упростите выражения:

а) $\frac{1}{x^8} \cdot \sqrt{x^8}$;

а) $\frac{1}{x^4} \cdot \sqrt{x^4}$;

б) $\sqrt{\frac{9a^2}{b^{10}}}$, если $a > 0$, $b < 0$.

б) $\sqrt{\frac{a^6}{4b^2}}$, если $a < 0$, $b > 0$.

Вариант В 1

1

Найдите значение выражения:

а) $\frac{2}{3}\sqrt{12,96} + \frac{1}{7}\sqrt{4,41}$;

а) $\frac{3}{4}\sqrt{10,24} + \frac{1}{6}\sqrt{5,76}$;

б) $\left(-\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2$;

б) $\left(-\frac{\sqrt{15}}{3}\right)^2$;

в) $\sqrt{1\frac{40}{81} \cdot \frac{4}{49}} - \sqrt{1}$.

в) $\sqrt{2\frac{14}{121} \cdot \frac{4}{25}} - \sqrt{1}$.

2**Вычислите, используя свойства корня:**

а) $\sqrt{21} \cdot \sqrt{3\frac{6}{7}}$;

а) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{6\frac{2}{3}}$;

б) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{48}}$;

б) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{108}}$;

в) $\sqrt{(-2)^6 \cdot 9^3}$.

в) $\sqrt{(-5)^4 \cdot 4^5}$.

3**Решите уравнения:**

а) $\sqrt{13x-1} = 5$;

а) $\sqrt{8x+1} = 7$;

б) $(x-3)^2 + 6x = 10$;

б) $(x+2)^2 - 4x = 5$;

в) $1 - x^2 = -2x^2$;

в) $-3x^2 = 2 + x^2$;

г) $(\sqrt{2x})^2 = 4$.

г) $(\sqrt{3x})^2 = 9$.

4**Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами**

$-(\sqrt{5})^2$ и $-\sqrt{5}$.

$-(\sqrt{7})^2$ и $-\sqrt{7}$.

5**Упростите выражения:**

а) $-\sqrt{a^4b^6}$ если $b > 0$;

а) $-\sqrt{a^{10}b^8}$ если $a > 0$;

б) $\frac{3x^5}{\sqrt{9x^{10}}}$, если $x < 0$.

б) $\frac{\sqrt{4x^6}}{2x^3}$, если $x < 0$.

**С-10. ВНЕСЕНИЕ И ВЫНЕСЕНИЕ
МНОЖИТЕЛЯ В КВАДРАТНЫХ КОРНЯХ****Вариант А1****①**

Вынесите множитель из-под знака
корня:

а) $\sqrt{28}$; б) $0,2\sqrt{75}$.

②

Внесите положительный множитель
под знак корня:

а) $4\sqrt{5}$; б) $-3\sqrt{a}$.

③

Сравните значения выражений:

а) $\sqrt{27}$ и $4\sqrt{3}$;

б) $3\sqrt{2}$ и $2\sqrt{3}$.

а) $\sqrt{18}$ и $4\sqrt{2}$;

б) $5\sqrt{3}$ и $3\sqrt{5}$.

④

Вынесите множитель из-под знака
корня:

а) $\sqrt{y^3}$;

б) $\sqrt{7y^8}$.

а) $\sqrt{3y^2}$, если $y > 0$;

б) $\sqrt{y^6}$.

Вариант Б1**①**

Вынесите множитель из-под знака
корня:

Вариант Б2

а) $\sqrt{72}$; б) $0,01\sqrt{800}$.

а) $\sqrt{98}$; б) $0,02\sqrt{1200}$.

2**Внесите множитель под знак корня:**

а) $3\sqrt{5a}$; б) $-10\sqrt{0,2b}$.

а) $5\sqrt{2a}$; б) $-20\sqrt{0,1b}$.

3**Сравните значения выражений:**

а) $\frac{1}{3}\sqrt{54}$ и 3;

а) 2 и $\frac{1}{4}\sqrt{48}$;

б) $4\sqrt{50}$ и $5\sqrt{32}$.

б) $5\sqrt{27}$ и $3\sqrt{75}$.

4**Вынесите множитель из-под знака корня:**

а) $\sqrt{4y^8}$;

а) $\sqrt{25y^8}$;

б) $\sqrt{8y^6}$, если $y < 0$.

б) $\sqrt{18y^2}$, если $y < 0$.

Вариант В 1**1****Вынесите множитель из-под знака корня:**

а) $\sqrt{112}$; б) $-0,125\sqrt{320}$.

а) $\sqrt{126}$; б) $-0,25\sqrt{512}$.

2**Внесите множитель под знак корня:**

а) $-\frac{1}{3}\sqrt{6x}$; б) $a\sqrt{\frac{1}{a}}$.

а) $-\frac{1}{5}\sqrt{10x}$; б) $\frac{1}{a}\sqrt{2a}$.

3

Расположите в порядке возрастания числа:

а) $\sqrt{43}$, $2\sqrt{10}$, $3\sqrt{5}$;

а) $3\sqrt{6}$, $\sqrt{55}$, $5\sqrt{2}$;

б) $-2\sqrt{50}$, $-4\sqrt{18}$, $-\sqrt{162}$.

б) $-4\sqrt{27}$, $-\sqrt{243}$, $-2\sqrt{75}$.

4

Внесите множитель под знак корня:

а) $\frac{1}{3x}\sqrt{-27x}$; б) $ab^2\sqrt{\frac{1}{a^3b^4}}$.

а) $\frac{2}{x}\sqrt{-\frac{x}{8}}$; б) $\frac{1}{a^4b}\sqrt{a^8b^3}$.

С-11. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

Вариант А1

1

Упростите выражение:

$$\sqrt{36b} - \sqrt{16b} + 2\sqrt{b}.$$

$$\sqrt{81b} - \sqrt{25b} + 3\sqrt{b}.$$

2

Выполните действия:

а) $(3\sqrt{8} + \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$;

а) $\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{12} + \sqrt{48})$;

б) $(2a - \sqrt{b})(2a + \sqrt{b})$;

б) $(\sqrt{a} + 3b)(\sqrt{a} - 3b)$;

в) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{24}$.

в) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{40}$.

③

Сократите дробь:

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{3}}{x - 3}.$$

$$\frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}.$$

Вариант Б 1

①

Упростите выражение:

$$\sqrt{2a} - 2\sqrt{18a} + \sqrt{72a}.$$

$$\sqrt{5a} - 3\sqrt{20a} + \sqrt{125a}.$$

②

Выполните действия:

$$\text{а) } (4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) \cdot \sqrt{3} + \sqrt{60};$$

$$\text{а) } (3\sqrt{2} + 2\sqrt{7}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{56};$$

$$\text{б) } (\sqrt{13} + 4)(4 - \sqrt{13});$$

$$\text{б) } (\sqrt{7} - 3)(3 + \sqrt{7});$$

$$\text{в) } (2\sqrt{3} - 1)^2 + 2\sqrt{12}.$$

$$\text{в) } (3\sqrt{2} + 1)^2 - 2\sqrt{18}.$$

③

Сократите дробь:

$$\frac{x + \sqrt{x}}{x - 1}.$$

$$\frac{x - 4}{x - 2\sqrt{x}}.$$

Вариант В 1

①

Упростите выражение:

$$\frac{1}{3}\sqrt{27a} - 0,1\sqrt{300a} - 2\sqrt{147a}.$$

$$0,2\sqrt{200a} - \frac{1}{2}\sqrt{8a} - 2\sqrt{162a}.$$

2**Выполните действия:**

а) $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{8})$;

а) $(4\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(\sqrt{27} - \sqrt{2})$;

б) $(\sqrt{11} - 0,5\sqrt{22})(0,5\sqrt{22} + \sqrt{11})$;

б) $\left(\frac{1}{3}\sqrt{6} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{6}\right)$;

в) $(\sqrt{42})^2 - (2\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^2$.

в) $(\sqrt{52})^2 - (2\sqrt{5} + 4\sqrt{2})^2$.

3**Сократите дробь:**

$$\frac{27 - 3x}{x - 3\sqrt{x}}.$$

$$\frac{4\sqrt{x} - x}{2x - 32}.$$

С-12*. ДЕЙСТВИЯ С КВАДРАТНЫМИ КОРНЯМИ

(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1**Решите уравнение:**

а) $\frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 8}$;

б) $\sqrt{(2x - 4)^2} = 6$.

Вариант 2

а) $\frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 8} = \frac{\sqrt{x} - 7}{\sqrt{x} + 1}$;

б) $\sqrt{(2x + 1)^2} = 5$.

2

Определите, является ли иррациональным число

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} - 2\sqrt{30}.$$

$$\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{7}}{2\sqrt{2} - \sqrt{7}} - 4\sqrt{14}.$$

3

Найдите сумму:

$$\frac{1}{1 + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2003} + \sqrt{2005}}.$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2004} + \sqrt{2005}}.$$

4

Освободитесь от внешнего корня, представив подкоренное выражение в виде полного квадрата:

а) $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}};$

а) $\sqrt{7 + 2\sqrt{6}};$

б) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}};$

б) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}};$

в) $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}};$

в) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}};$

г) $\sqrt{4 - 2\sqrt{4 - a^2}}.$

г) $\sqrt{a - 4\sqrt{a - 4}}.$

5

Докажите «формулы сложного радикала»:

$$\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}.$$

$$\sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} - \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}.$$

6**Упростите сложные радикалы:**

а) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$;

а) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$;

б) $\sqrt{3 - \sqrt{5}}$;

б) $\sqrt{3 + \sqrt{5}}$;

в) $\sqrt{a + \sqrt{a^2 - 9}}$.

в) $\sqrt{b - \sqrt{b^2 - 4}}$.

К-4. ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ АРИФМЕТИЧЕСКОГО КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Вариант А1

1**Упростите выражения:**

а) $4\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$;

а) $7\sqrt{3} - \sqrt{48} + \sqrt{27}$;

б) $\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{12})$;

б) $\sqrt{2}(\sqrt{8} + 4\sqrt{2})$;

в) $(\sqrt{5} - 2)^2$;

в) $(\sqrt{3} + 5)^2$;

г) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

г) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$.

2**Сравните значения выражений:**

$3\sqrt{7}$ и $4\sqrt{5}$.

$2\sqrt{6}$ и $4\sqrt{2}$.

3**Сократите дроби:**

а) $\frac{3 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$;

а) $\frac{\sqrt{5} + 5}{4\sqrt{5}}$;

$$б) \frac{4b-2}{2\sqrt{b}-\sqrt{2}}.$$

$$б) \frac{9b-3}{3\sqrt{b}+\sqrt{3}}.$$

4

Освободитесь от знака корня
в знаменателе дроби:

$$а) \frac{2}{\sqrt{7}};$$

$$а) \frac{4}{\sqrt{11}};$$

$$б) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}.$$

$$б) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}.$$

5

Решите уравнение, предварительно
упростив его правую часть:

$$x^2 = \sqrt{\sqrt{10}-3} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+3}.$$

$$x^2 = \sqrt{\sqrt{17}+4} \cdot \sqrt{\sqrt{17}-4}.$$

Вариант Б1

1

Упростите выражения:

$$а) \frac{1}{2}\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + \sqrt{75};$$

$$а) \frac{1}{3}\sqrt{18} + 3\sqrt{8} - \sqrt{98};$$

$$б) 3\sqrt{2}(5\sqrt{2} - \sqrt{32});$$

$$б) 2\sqrt{5}(\sqrt{20} - 3\sqrt{5});$$

$$в) (4 - 5\sqrt{2})^2;$$

$$в) (3 + 2\sqrt{7})^2;$$

$$г) (\sqrt{7} - 2\sqrt{3})(\sqrt{7} + 2\sqrt{3}).$$

$$г) (\sqrt{11} + 2\sqrt{5})(\sqrt{11} - 2\sqrt{5}).$$

2

Сравните значения выражений:

$$6\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ и } \frac{1}{2}\sqrt{88}.$$

$$8\sqrt{\frac{3}{4}} \text{ и } \frac{1}{3}\sqrt{405}.$$

3**Сократите дроби:**

а) $\frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{10} - 5\sqrt{2}};$

а) $\frac{\sqrt{3} - 3}{3\sqrt{2} - \sqrt{6}};$

б) $\frac{4a^2 + 4a\sqrt{b} + b}{4a^2 - b}.$

б) $\frac{9a - b^2}{9a - 6b\sqrt{a} + b^2}.$

4**Освободитесь от знака корня
в знаменателе дроби:**

а) $\frac{10}{3\sqrt{5}};$

а) $\frac{15}{2\sqrt{6}};$

б) $\frac{11}{2\sqrt{3} + 1}.$

б) $\frac{19}{2\sqrt{5} - 1}.$

5**Докажите, что данное уравнение имеет
целые корни, и найдите их:**

$$x^2 = \left(\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \right)^2.$$

$$x^2 = \left(\sqrt{7 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{7 + 2\sqrt{6}} \right)^2.$$

Вариант В 1**1****Упростите выражения:**

а) $\frac{1}{5}\sqrt{300} - 4\sqrt{\frac{3}{16}} - \sqrt{75};$

а) $\frac{1}{2}\sqrt{200} - 7\sqrt{\frac{2}{49}} - \sqrt{72};$

б) $(3\sqrt{2} - 1)(\sqrt{8} + 2);$

б) $(2\sqrt{5} + 1)(\sqrt{20} - 2);$

в) $(\sqrt{5} + 2)^2 - (3 - \sqrt{5})^2;$

в) $(\sqrt{3} - 1)^2 - (2 + \sqrt{3})^2;$

Вариант В 2

г) $1 - (3\sqrt{7} + 8)(3\sqrt{7} - 8).$

г) $1 - (4\sqrt{5} - 9)(4\sqrt{5} + 9).$

2**Сравните значения выражений:**

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} - \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \text{ и } (\sqrt{4})^2.$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \text{ и } (\sqrt{3})^2.$$

3**Сократите дроби:**

а) $\frac{2 + \sqrt{6}}{\sqrt{6} + 3};$

а) $\frac{5 - \sqrt{15}}{\sqrt{15} - 3};$

б) $\frac{a\sqrt{a} + 27}{a - 3\sqrt{a} + 9}.$

б) $\frac{a + 2\sqrt{a} + 4}{a\sqrt{a} - 8}.$

4**Освободитесь от знака корня
в знаменателе дроби:**

а) $\frac{a}{\sqrt{a} - 1};$

а) $\frac{2}{\sqrt{a} + 2};$

б) $\frac{34}{1 + \sqrt{32} - \sqrt{2}}.$

б) $\frac{22}{1 + \sqrt{27} - \sqrt{3}}.$

5**Решите уравнение:**

$$x^2 = (\sqrt{5} - 2)\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}.$$

$$x^2 = (2 - \sqrt{3})\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}.$$

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

С-13. НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Вариант А 1

①

Решите уравнения:

а) $2x^2 - 18 = 0$;

б) $x^2 + 2x = 0$;

в) $4x^2 = 0$;

г) $4x^2 - 11 = x^2 - 11 + 9x$.

Вариант А 2

а) $3x^2 - 12 = 0$;

б) $x^2 - 3x = 0$;

в) $-7x^2 = 0$;

г) $7x + 3 = 2x^2 + 3x + 3$.

②

Найдите корень уравнения:

$x^2 - 2x + 1 = 0$.

$x^2 - 4x + 4 = 0$.

Вариант Б 1

①

Решите уравнения:

а) $9x^2 - 4 = 0$;

б) $2x^2 = 3x$;

в) $2 = 7x^2 + 2$;

г) $(2x + 1)(x - 4) = (x - 2)(x + 2)$.

а) $4x^2 - 25 = 0$;

б) $3x^2 = -2x$;

в) $9x^2 - 1 = -1$;

г) $(2x - 9)(x + 1) = (x - 3)(x + 3)$.

②

Определите, при каком значении a один из корней данного уравнения равен 1:

$3x^2 - ax = 0$.

$3x^2 - a = 0$.

Вариант В1**①****Решите уравнения:**

а) $-0,2x^2 + 4 = 0$;

б) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{9}x = 0$;

в) $(2x - 1)^2 = 1 - 4x$;

г) $3 - (4x + 1)(3 - x) = x^2$.

②

Определите, при каком значении a корни данного уравнения являются противоположными числами:

$x^2 + (a - 2)x + a - 6 = 0.$

Вариант В2

а) $3 - 0,4x^2 = 0$;

б) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x = 0$;

в) $(3x + 2)^2 = 4 + 12x$;

г) $x^2 - (2x - 3)(1 - x) = 3$.

$x^2 + (a + 1)x + a - 8 = 0.$

**С-14. ФОРМУЛА КОРНЕЙ
КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ****Вариант А1****①****Решите уравнения:**

а) $x^2 - 5x + 6 = 0$;

б) $y^2 + 8y + 16 = 0$;

в) $-t^2 - 3t + 1 = 0$;

г) $3a^2 + a = 4$.

②

При каких значениях x равны значения многочленов

$(x + 1)^2$ и $7x - 3x^2$?

Вариант А2

а) $x^2 - 7x + 10 = 0$;

б) $y^2 - 10y + 25 = 0$;

в) $-t^2 + t + 3 = 0$;

г) $2a^2 - a = 3$.

$(x - 1)^2$ и $2x - 2x^2$?

Вариант Б1**1****Решите уравнения:**

а) $x^2 + 7x - 44 = 0$;

б) $9y^2 + 6y + 1 = 0$;

в) $-2t^2 + 8t + 2 = 0$;

г) $a + 3a^2 = -11$.

Вариант Б2

а) $x^2 - 10x - 39 = 0$;

б) $4y^2 - 4y + 1 = 0$;

в) $-3t^2 - 12t + 6 = 0$;

г) $4a^2 + 5 = a$.

2**При каких значениях x равны
значения многочленов**

$(2 - x)(2x + 1)$ и $(x - 2)(x + 2)$?

$(1 - 3x)(x + 1)$ и $(x - 1)(x + 1)$?

Вариант В1**1****Решите уравнения:**

а) $x^2 + x - 72 = 0$;

б) $2y^2 - 2y + 0,5 = 0$;

в) $-15 = 3t(2 - t)$;

г) $\frac{1}{3}a = a^2 + 4$.

а) $x^2 - 5x - 84 = 0$;

б) $8y^2 + 4y + 0,5 = 0$;

в) $10t = 5(t^2 - 4)$;

г) $\frac{1}{7}a = a^2 + 1$.

2**При каких значениях x равны
значения многочленов**

$x^2 - \frac{3x - 1}{2}$ и $x - 1$?

$x^2 - \frac{2x - 1}{3}$ и $2x + 4$?

**С-15. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ
КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ. ТЕОРЕМА ВИЕТА****Вариант А1****①**

Решите уравнение и выполните проверку по теореме, обратной теореме Виета:

$$x^2 + 3x - 18 = 0.$$

②

Одно из двух натуральных чисел больше другого на 5. Найдите эти числа, если их произведение равно 24.

③

Запишите обратную теорему Виета для данного уравнения и найдите подбором его корни:

$$x^2 - 12x + 20 = 0.$$

Вариант Б1**①**

Найдите подбором корни уравнения:

$$x^2 - x - 20 = 0.$$

②

В прямоугольном треугольнике один из катетов на 7 см больше другого. Найдите периметр треугольника, если его гипотенуза равна 13 см.

Вариант А2**②**

Одно из двух натуральных чисел меньше другого на 6. Найдите эти числа, если их произведение равно 27.

$$x^2 - 7x + 12 = 0.$$

Вариант Б2**②**

Одна из сторон прямоугольника на 2 см меньше другой, а его диагональ равна 10 см. Найдите периметр прямоугольника.

3

Один из корней данного уравнения равен 2. Найдите второй корень и коэффициент a :

$$x^2 + ax - 12 = 0.$$

$$x^2 - 7x + a = 0.$$

Вариант В 1**1**

Найдите подбором корни уравнения:

$$x^2 + 20x + 36 = 0.$$

$$x^2 + 14x + 24 = 0.$$

2

Сумма катетов прямоугольного треугольника равна 23 см. Найдите катеты треугольника, если его гипотенуза равна 17 см.

2

В прямоугольном треугольнике сумма гипотенузы и одного из катетов равна 32 см, а второй катет равен 24 см. Найдите неизвестные стороны треугольника.

3

Один из корней данного уравнения в 2 раза больше другого. Найдите корни уравнения и коэффициент k :

$$2x^2 - 3x + k = 0.$$

$$2x^2 - kx + 4 = 0.$$

**С-16*. ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ КВАДРАТНЫХ
УРАВНЕНИЙ****(домашняя самостоятельная работа)****В а р и а н т 1****1****Решите уравнение наиболее рациональным способом:**

а) $2004x^2 - 2003x - 1 = 0$;

б) $12345x^2 + 12340x - 5 = 0$;

2**Найдите корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, если:**

$a+b+c=0$.

$a-b+c=0$.

3**Решите уравнение:**

а) $x^2 - 5\sqrt{x^2} + 4 = 0$;

б) $x|x| + 5x - 6 = 0$;

в) $|x^2 + 2x - 5| = -2x$;

г) $|x - 5| + (x^2 - 7x + 10)^2 = 0$.

а) $x^2 - 13\sqrt{x^2} + 36 = 0$;

б) $x|x| - 5x + 6 = 0$;

в) $|x^2 - 3x - 7| = -3x$;

г) $(x^2 + x - 6)^2 + |x + 3| = 0$.

4**Не вычисляя корней уравнения $x^2 - 3x - 2 = 0$, найдите:**

а) $x_1^3 + x_2^3$;

а) $x_1^4 + x_2^4$;

$$б) \frac{x_1}{x_2^3} + \frac{x_2}{x_1^3};$$

$$б) \frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2};$$

$$в) x_1x_2^4 + x_1^4x_2.$$

$$в) x_1x_2^3 + x_1^3x_2.$$

5

Сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 + px - 2 = 0 \text{ равна}$$

5.

8.

Найдите p .

6

Найдите сумму квадратов всех корней уравнения:

$$x^2 - 5|x| + 1 = 0.$$

$$x^2 - 6|x| + 3 = 0.$$

7

Определите, при каком значении a оба корня уравнения равны нулю:

$$x^2 - (a^2 - 2|a|)x - 2a + a^2 = 0.$$

$$x^2 - (a^2 + 3a)x + 3|a| - a^2 = 0.$$

8

Определите, при каких значениях a уравнение имеет более двух корней:

$$(a^2 + 4a - 21)x^2 - (a^2 - 3a)x - 3 + 4a - a^2 = 0.$$

$$(a^2 - 5a - 14)x^2 - (a^2 - 4)x - 2 - 3a - a^2 = 0.$$

К-5. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ**Вариант А1****1**

Решите уравнения:

а) $x^2 - 4x + 3 = 0$;

б) $x^2 + 9x = 0$;

в) $7x^2 - x - 8 = 0$;

г) $2x^2 - 50 = 0$.

2

Длина прямоугольника на 5 см больше ширины, а его площадь равна 36 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

3

Определите значения y , при которых верно равенство:

$$y^2 - \frac{9y - 2}{7} = 0.$$

$$y^2 - \frac{11y - 2}{9} = 0.$$

4

Один из корней данного уравнения равен 4. Найдите второй корень и число a :

$$x^2 + x - a = 0.$$

$$x^2 - ax - 8 = 0.$$

5

Составьте квадратное уравнение, корни которого равны

$$-5 \text{ и } 8.$$

$$9 \text{ и } -4.$$

Вариант А2

а) $x^2 - 6x + 5 = 0$;

б) $x^2 - 5x = 0$;

в) $6x^2 + x - 7 = 0$;

г) $3x^2 - 48 = 0$.

2

Ширина прямоугольника на 6 см меньше длины, а его площадь равна 40 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

Вариант Б1**1****Решите уравнения:**

а) $x^2 + 2x - 63 = 0$;

б) $0,9x - 3x^2 = 0$;

в) $2x^2 - 5x + 2 = 0$;

г) $x^2 - 2x - 6 = 0$.

2

Найдите длины сторон прямоугольника, периметр которого равен 32 см, а площадь равна 55 см².

3

Определите значения y , при которых верно равенство:

$$\frac{y^2 + 6y}{6} - \frac{2y + 3}{2} = 12.$$

4

Один из корней уравнения $2x^2 + 10x + q = 0$ на 3 больше другого. Найдите свободный член q .

5

Составьте квадратное уравнение, корни которого равны

$$-3 \text{ и } -\frac{1}{3}.$$

Вариант Б2

а) $x^2 + 18x + 65 = 0$;

б) $0,6x + 2x^2 = 0$;

в) $2x^2 - 3x - 2 = 0$;

г) $x^2 + 2x - 4 = 0$.

2

Найдите длины сторон прямоугольника, площадь которого равна 51 см², а периметр равен 40 см.

4

Один из корней уравнения $3x^2 - 21x + q = 0$ меньше другого на 1. Найдите свободный член q .

$$-2 \text{ и } -\frac{1}{2}.$$

Вариант В 1**1****Решите уравнения:**

а) $x^2 + x = 90$;

б) $-4x = 7x^2$;

в) $\frac{1}{5}x^2 + x - 10 = 0$;

г) $x^2 + 4x + 5 = 0$.

2

Когда от квадратного листа фанеры отрезали прямоугольную полосу шириной 2 м, площадь листа составила 24 м². Найдите первоначальную площадь листа.

3

Определите значения x , при которых верно равенство:

$$\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{4} = \frac{1-x}{2}.$$

4

Разность корней уравнения $2x^2 - 5x + c = 0$ равна 1,5. Найдите c .

5

Составьте квадратное уравнение, корни которого равны

$$2 + \sqrt{3} \text{ и } 2 - \sqrt{3}.$$

Вариант В 2**1**

а) $x^2 - x = 110$;

б) $-3x^2 = 11x$;

в) $\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$;

г) $x^2 - 2x + 3 = 0$.

2

От прямоугольного листа картона длиной 16 см отрезали квадрат, сторона которого равна ширине листа. Площадь оставшегося прямоугольника равна 60 см². Найдите ширину листа картона.

4

Разность корней уравнения $2x^2 - 3x + c = 0$ равна 2,5. Найдите c .

$$1 - \sqrt{2} \text{ и } 1 + \sqrt{2}.$$

**С-17. ДРОБНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ****Вариант А1****①****Решите уравнения:**

а) $\frac{x^2 - 6}{x - 3} = \frac{x}{x - 3};$

б) $\frac{20}{x} = 9 - x;$

в) $\frac{x - 4}{x} = \frac{2x + 10}{x + 4}.$

Вариант А2**①****Решите уравнения:**

а) $\frac{x^2 + 2x}{x + 4} = \frac{8}{x + 4};$

б) $\frac{10}{x} = 7 - x;$

в) $\frac{x + 3}{x} = \frac{2x + 10}{x - 3}.$

Вариант Б1**①****Решите уравнения:**

а) $\frac{x^2 - 12}{x - 3} = \frac{x}{3 - x};$

б) $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} = 4x + 1;$

в) $\frac{2x - 3}{x} - \frac{1}{x + 2} = \frac{4x - 6}{x^2 + 2x}.$

Вариант Б2**①****Решите уравнения:**

а) $\frac{x^2 - 8x}{5 - x} = \frac{15}{x - 5};$

б) $\frac{2x^2 + x - 1}{x + 1} = 3x + 1;$

в) $\frac{3x + 1}{x} + \frac{5}{x - 2} = \frac{6x - 2}{x^2 - 2x}.$

Вариант В1**①****Решите уравнения:**

а) $\frac{3x^2 + 2x - 1}{x + 1} = 5;$

Вариант В2**①****Решите уравнения:**

а) $\frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6;$

$$\text{б) } \frac{x}{x-4} - \frac{2}{x+4} = \frac{32}{x^2-16};$$

$$\text{б) } \frac{x}{x+3} - \frac{4}{x-3} = \frac{18}{x^2-9};$$

$$\text{в) } \frac{1}{2x-x^2} + \frac{x-4}{2x+x^2} = \frac{2}{4-x^2}.$$

$$\text{в) } \frac{x-2}{x^2-x} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{2}{x^2-1}.$$

С-18. ПРИМЕНЕНИЕ ДРОБНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Вариант А1

①

При каком значении x значение
функции

$$y = \frac{3x+2}{x-1} \text{ равно } 8?$$

②

Числитель обыкновенной дроби на 2 меньше знаменателя. Если числитель увеличить на 1, а знаменатель увеличить на 3, то получится дробь, равная данной. Найдите данную дробь.

③

При каком значении y

сумма дробей $\frac{1}{y}$ и $\frac{y}{y-1}$ равна их произведению?

Вариант А2

②

Знаменатель обыкновенной дроби на 1 больше ее числителя. Если к числителю дроби прибавить 2, а к знаменателю прибавить 3, то получится дробь, равная данной. Найдите данную дробь.

разность дробей $\frac{1}{y}$ и $\frac{y}{y+1}$ равна их произведению?

Вариант Б 1**1**

Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций:

$$y = \frac{x-8}{x-20} \text{ и } y = \frac{1}{x}.$$

2

Моторная лодка прошла 60 км по течению реки и 36 км по озеру, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

3

При каких значениях y

сумма дроби $\frac{y+1}{y-1}$ и дроби, обратной данной, равна 2,5?

Вариант В 1**1**

Найдите координаты точек пересечения с осью абсцисс графика функции:

$$y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x-1}.$$

2

Путь от А до В, равный 20 км, турист должен был

Вариант Б 2**2**

Расстояние между пристанями равно 112 км. Двигаясь по течению, катер прошел это расстояние на 1 час быстрее, чем обратный путь. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 1 км/ч.

разность дроби $\frac{y+3}{y-3}$ и дроби, обратной данной, равна 1,5?

Вариант В 2**2**

На участке пути длиной 300 км поезд увеличил ско

пройти за определенное время. Однако он был задержан с выходом из А на 1 час, поэтому ему пришлось увеличить скорость на 1 км/ч, чтобы ликвидировать опоздание. С какой скоростью должен был идти турист?

рость на 10 км/ч, в результате чего прибыл на конечную станцию на 1 час раньше, чем планировалось по расписанию. С какой скоростью должен был идти поезд по расписанию?

3

При каком значении y равны значения выражений

$$\frac{3y+1}{9y^2+3y+1} - \frac{1}{3y-1}$$

и $\frac{3y^2-13y+1}{27y^3-1}$?

$$\frac{2y-1}{4y^2-2y+1} + \frac{1}{2y+1}$$

и $\frac{6y^2+y+2}{8y^3+1}$?

К-6. ДРОБНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Вариант А1

Вариант А2

1

Найдите корни уравнений:

а) $\frac{x^2}{x+6} = \frac{1}{2}$;

а) $\frac{x^2}{x+3} = \frac{1}{4}$;

б) $\frac{x^2-x}{x+3} = \frac{12}{x+3}$.

б) $\frac{x^2-10}{x+2} = \frac{3x}{x+2}$.

2

Катер прошел 80 км по течению реки и вернулся обратно, затратив на весь путь 9 часов.

Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки 2 км/ч.

Найдите скорость течения реки, если скорость катера в стоячей воде равна 18 км/ч.

3

Функция задана формулой

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}.$$

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}.$$

Определите, при каком значении x значение данной функции равно нулю.

4

Решите уравнение:

$$\frac{3}{a+2} + 1 = \frac{4}{a^2 + 4a + 4}.$$

$$\frac{2}{a-3} + 1 = \frac{15}{a^2 - 6a + 9}.$$

Вариант Б1

1

Найдите корни уравнений:

а) $\frac{3x+1}{x-2} = \frac{2x-10}{x+1};$

б) $\frac{x+2}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{6}{x^2-1}.$

2

Из города в село, расстояние до которого равно 120 км, вы-

Вариант Б2

1

Найдите корни уравнений:

а) $\frac{4x-1}{x+2} = \frac{2x+12}{x-1};$

б) $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}.$

2

Расстояние 700 км экспресс проходит на 4 часа быстрее

ехал велосипедист. Через 6 часов вслед за ним выехал мотоциклист, скорость которого на 10 км/ч больше скорости велосипедиста. Определите скорости велосипедиста и мотоциклиста, если в село они прибыли одновременно.

товарного поезда, так как его скорость больше скорости товарного поезда на 20 км/ч. Определите скорость каждого из поездов, если известно, что они движутся с постоянной скоростью без остановок.

3

Функция задана формулой

$$y = \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - 9}.$$

$$y = \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 4}.$$

Определите, при каком значении x график этой функции пересекается с прямой $y = 1$.

4

Решите уравнение:

$$\frac{1}{a^2 - 4a + 4} - \frac{4}{a^2 - 4} = \frac{1}{a + 2}.$$

$$\frac{4}{a^2 - 4} - \frac{1}{a^2 + 4a + 4} = \frac{1}{a - 2}.$$

Вариант В1

1

Найдите корни уравнений:

а) $\frac{x^2 - 12}{x^2 - 4} + \frac{x}{x - 2} = 1;$

б) $\frac{x}{x + 1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2 + x}.$

Вариант В2

а) $\frac{x^2 - 3}{x^2 - 1} + \frac{x}{x - 1} = 1;$

б) $\frac{x}{x - 2} - \frac{1}{x} = \frac{4}{x^2 - 2x}.$

②

Два слесаря, работая совместно, могут выполнить задание на 8 дней быстрее, чем один первый слесарь, и на 18 дней быстрее, чем один второй. Сколько дней потребуется слесарям на совместное выполнение задания?

②

Мастеру на выполнение заказа потребуется на 5 дней меньше, чем его ученику, но при совместной работе они выполнят заказ на 4 дня быстрее, чем мастер, работающий в одиночку. За сколько дней выполнит заказ мастер, работая в одиночку?

③

При каких значениях a уравнение

$$\frac{x^2 - 8x + 15}{x - a} = 0$$

$$\frac{x^2 + 4x - 21}{x + a} = 0$$

имеет один корень?

④

Решите уравнение:

$$\frac{1}{a-2} + \frac{2}{a^2+1} = \frac{5}{a^3-2a^2+a-2}.$$

$$\frac{1}{a-1} - \frac{3}{a^2+2} = \frac{3}{a^3-a^2+2a-2}.$$

НЕРАВЕНСТВА

С-19. СВОЙСТВА ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

Вариант А1

①

Сравните числа a и b , если

$$a - b = 0,04.$$

②

Докажите, что при любом значении x верно неравенство:

$$(x - 3)^2 > x(x - 6).$$

③

Зная, что $5 < c < 6$, оцените значения выражений:

а) $c - 4$;
б) $-2c$.

④

Дан прямоугольник со сторонами x см и y см. Известно, что $1,2 < x < 1,3$ и $4 < y < 5$.

Оцените периметр прямоугольника.

Вариант А2

$$a - b = -0,01.$$

$$(x + 5)^2 > x(x + 10).$$

а) $c + 3$;
б) $-4c$.

Оцените площадь прямоугольника.

Вариант Б1

①

Зная, что $a < b$, сравните значения выражений:

Вариант Б2

$-2a$ и $-2b$.

$$-\frac{1}{2}b \text{ и } -\frac{1}{2}a.$$

2

Докажите неравенство:

$$x^2 + 1 > 2(3x - 4).$$

$$x^2 + 5 > 10(x - 2).$$

3

Зная, что $4 < x < 5$ и $1 < y < 2$,
оцените значения выражений:

а) xy ;

а) $x + 3y$;

б) $2x - y$.

б) $\frac{x}{y}$.

4

Дана трапеция с основаниями a см и b см. Известно, что $2,4 < a < 2,6$ и $3,6 < b < 4$.
Оцените среднюю линию трапеции.

4

Дан треугольник с углами α , β и γ . Известно, что $30^\circ < \alpha < 32^\circ$ и $95^\circ < \beta < 96^\circ$. Оцените угол γ .

Вариант В 1

1

Известно, что $a < b$, $c > b$.

Сравните значения выражений

$$\frac{1}{a}, \frac{1}{b} \text{ и } \frac{1}{c}, \text{ если}$$

a, b, c — положительные числа.

a, b, c — отрицательные числа.

2

Докажите неравенство:

$$x^2 + 5 > 4x - 5.$$

$$x^2 - 3x > 3x - 11.$$

3

Зная, что $2 < x < 4$ и $1 < y < 2$,
оцените значения выражений:

а) $x - 4y$;

а) $y - 2x$;

б) $\frac{x}{y^2}$.

б) $\frac{x^2}{y}$.

4

Докажите, что правильная дробь $\frac{a}{b}$ ($a > 0$; $b > 0$) при увеличении числителя и знаменателя на одно и то же положительное число увеличивается.

4

Докажите, что неправильная дробь $\frac{a}{b}$ ($a > 0$; $b > 0$) при увеличении числителя и знаменателя на одно и то же положительное число уменьшается.

К-7. ЧИСЛОВЫЕ НЕРАВЕНСТВА И ИХ СВОЙСТВА

Вариант А1

1

Докажите неравенства:

а) $2(4x - 1) + x < 3(3x + 2)$;

а) $3(2x - 5) - x < 5(x + 1)$;

б) $(y - 1)(y + 1) > y^2 - 2$.

б) $(y - 2)(y + 2) > y^2 - 5$.

2

Зная, что

$8 < x < 10$ и $2 < y < 4$,

$4 < x < 6$ и $1 < y < 2$,

оцените значения выражений:

а) $x + y$; б) $x - y$; в) xy ; г) $\frac{x}{y}$.

3

Сторона равностороннего треугольника равна a см. Известно, что $1,1 < a < 1,2$. Оцените периметр треугольника.

3

Периметр квадрата равен P см. Известно, что $4,4 < P < 4,8$. Оцените сторону квадрата.

4

Пользуясь тем, что $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$, оцените значения выражений:

а) $-4\sqrt{3}$;

а) $3\sqrt{3}$;

б) $2\sqrt{3} + 1$.

б) $5 - 2\sqrt{3}$.

5

Какие целые значения может принимать y , если

$$0,125 < \frac{1}{y} < 0,25?$$

$$0,25 \leq \frac{1}{y} \leq 0,5?$$

Вариант Б1

1

Докажите неравенства:

а) $(x + 2)^2 > 4(x + 1)$;

а) $(x - 3)^2 > 3(3 - 2x)$;

б) $(a - 2)(a - 5) < (a - 3)(a - 4)$.

б) $(a + 1)(a - 4) < a(a - 3)$.

Вариант Б2

②

Зная, что $1 < x < 2$ и $3 < y < 4$,
оцените значения выражений:

а) $4x + y$;

б) $3xy$;

в) $2y - x$;

г) $\frac{y}{x}$.

а) $x + 3y$;

б) $2xy$;

в) $3x - y$;

г) $\frac{x}{y}$.

③

Оцените периметр равнобедренного треугольника с основанием a см и боковой стороной b см, если $5,1 < a < 5,2$ и $2,9 < b < 3$.

③

Оцените среднее арифметическое чисел a и b , если известно, что $2,4 < a < 2,5$ и $3,6 < b < 3,7$.

④

Пользуясь тем, что $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ и $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$, оцените значения выражений:

а) $\sqrt{20} - \sqrt{2}$;

б) $\sqrt{10} + \sqrt{5}$.

а) $\sqrt{18} - \sqrt{5}$;

б) $\sqrt{2} + \sqrt{10}$.

⑤

Даны три последовательных натуральных числа.

Сравните удвоенный квадрат среднего из них с суммой квадратов двух других чисел.

Сравните квадрат среднего из них с произведением двух других чисел.

Вариант В1**1****Докажите неравенства:**

а) $4ab < (a + b)^2$;

а) $2b(a - 2b) < a(a - 2b)$;

б) $4x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 4$.

б) $\frac{1}{x^2} \geq 10 - 25x^2$.

2**Зная, что $9 < x < 12$ и $3 < y < 4$,
оцените значения выражений:**

а) $2x + 3y$; б) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$;

а) $3x + 4y$; б) $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$;

в) $x^2 - y^2$; г) $-\frac{x}{y^2}$.

в) $y^2 - x^2$; г) $-\frac{y^2}{x}$.

3

Основания трапеции равны a см и b см, средняя линия — m см. Известно, что $4 < m < 5$ и $6 < b < 7$. Оцените величину a .

3

Угол при основании равнобедренного треугольника равен α , а угол, противолежащий основанию, — β . Известно, что $50^\circ < \beta < 52^\circ$. Оцените величину α .

4

Пользуясь тем, что $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ и $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$, оцените значения выражений:

а) $\sqrt{6} + \sqrt{12}$;

а) $\sqrt{8} - \sqrt{6}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.

б) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

⑤

Докажите неравенство:

$$a^2 + b^2 + 2a - 4b + 5 > 0.$$

$$a^2 + b^2 - 6a + 2b + 10 > 0.$$

С-20. ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Вариант А1

①

Решите неравенства:

а) $7x - 3 > 11$;

б) $2y - 4,8 < 4y + 1,2$.

②

При каких значениях a двучлен $21 - 7a$ принимает
положительные значения?

③

Решите неравенство и найдите
наибольшее целое число,
удовлетворяющее неравенству:

$$3(2x - 1) < 5,4 - x.$$

$$2(5x + 1) < 6,8 + 2x.$$

④

При каких значениях y имеет смысл
выражение:

$$\sqrt{\frac{1+2y}{5}} ?$$

$$\sqrt{\frac{5y-2}{4}} ?$$

Вариант Б 1**1****Решите неравенства:**

а) $2(x + 3) < 3 - x$;

б) $1,4x - 3 > 2(0,5x - 2,6)$.

Вариант Б 2

а) $3(x - 2) > x - 12$;

б) $1,8x + 6 < 3(0,7x - 0,1)$.

2**При каких значениях a дробь**

$$\frac{11 - 4a}{3} \text{ меньше единицы?}$$

$$\frac{13 - 2a}{5} \text{ не меньше единицы?}$$

3**Укажите наименьшее целое решение неравенства:**

$$\frac{x - 1}{5} - 2x < 2.$$

$$\frac{x + 1}{3} - 4x < -7.$$

4**Укажите допустимые значения переменной в выражении:**

$$\sqrt{\frac{-2x - 3}{4}}.$$

$$\sqrt{\frac{-3x - 4}{5}}.$$

Вариант В 1**1****Решите неравенства:**

а) $4(1 - x) - 3(x + 2) < 5$;

б) $(x - 4)^2 > (x + 4)(x - 4)$.

Вариант В 2

а) $3(x + 1) - 2(2 - x) > -11$;

б) $(x + 3)(x - 3) < (x + 3)^2$.

2

При каких натуральных значениях a дробь $\frac{3a-7}{a-1}$ является правильной?дробь $\frac{3a-2}{4a-4}$ является неправильной?

3

Укажите наибольшее целое решение неравенства:

$$\frac{x-2}{5} - \frac{3x+2}{6} \leq \frac{2}{3} - x.$$

$$\frac{x}{4} + \frac{2x-1}{9} \leq \frac{x-9}{6} + 2.$$

4

Укажите допустимые значения переменной в выражении:

$$\frac{x-1}{\sqrt{-x-1}}.$$

$$\frac{x+1}{\sqrt{-x+1}}.$$

С-21. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Вариант А1

Вариант А2

1

Решите системы неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x+9 > 0, \\ x-5 < 1; \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} 2x-10 < 0, \\ x+4 > 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2-y \geq 3, \\ 3y-1 \leq 2. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5y-4 \geq 6, \\ 4-y \leq 3. \end{cases}$$

2**Решите двойное неравенство:**

$$-2 < a + 1 < 7.$$

$$-1 < a - 3 < 5.$$

3**При каких x значения дроби**

$$\frac{x-1}{2}$$

$$\frac{x+2}{3}$$

принадлежат промежутку $[-1; 1]$?**Вариант Б 1****1****Решите системы неравенств:**

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 1 < x + 5, \\ 7x + 4 > 3x; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2 \leq 4(y - 1), \\ 1 - 5y \leq y - 5. \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + 3 > x - 1, \\ 9x - 5 < 4x; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2 - 4y \geq 2y - 10, \\ 3 \geq 2(y + 3). \end{cases}$$

2**Решите двойное неравенство:**

$$-1 < \frac{2a+1}{3} < 5.$$

$$-7 < \frac{3a-2}{2} < 2.$$

3**При каких x значения дроби**

$$\frac{8-x}{4}$$

$$\frac{2-x}{5}$$

принадлежат промежутку $[-1; 4]$?

Вариант В1**①**

Решите системы неравенств:

а)
$$\begin{cases} 3(x-2)(x+2) \leq x(3x-1), \\ 5x-6 > 4-5x; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} y \leq 4y+6, \\ \frac{y}{2}-1 < 0, \\ 7-y < 8. \end{cases}$$

Вариант В2

а)
$$\begin{cases} (x-4)(5x-1)-5x^2 \geq x+40, \\ 2x-4 > 6+3x; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2y \leq 9y+21, \\ \frac{y}{2}-2 < 0, \\ 2-y < 4. \end{cases}$$

②

Решите двойное неравенство:

$$-1 < \frac{1-3a}{2} \leq 2.$$

$$-3 \leq \frac{5-2a}{3} < 1.$$

③

Решите неравенство:

$$|2x-1| < 3.$$

$$|4x+2| < 6.$$

С-22*. НЕРАВЕНСТВА
(домашняя самостоятельная работа)Вариант 1**①**Сравните a и b , если известно, что:

а) $a+2c < b-1$, $c > -0,5$;

Вариант 2

а) $a-4c > b+2$, $c > -0,5$;

$$б) \frac{5}{a} < \frac{3}{b}, a > 0.$$

$$б) \frac{5}{a} > \frac{7}{b}, b > 0.$$

2

Оцените значение a , если

$$a + b = 5 \text{ и } |b| < 2.$$

$$a - b = 5 \text{ и } |b| > 2.$$

3

Докажите неравенство:

сумма двух взаимно обратных положительных чисел не меньше двух, то есть

$$a + \frac{1}{a} \geq 2, \text{ если } a > 0.$$

сумма двух взаимно обратных отрицательных чисел не больше минус двух, то есть

$$a + \frac{1}{a} \leq -2, \text{ если } a < 0.$$

4

Докажите «классическое» неравенство:

среднее гармоническое двух положительных чисел не больше, чем их среднее геометрическое, то есть

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab}.$$

среднее арифметическое двух чисел не больше, чем их среднее квадратичное, то есть

$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}.$$

Покажите, что равенство возможно лишь при $a = b$.

5

Решите неравенство:

$$а) \left| -\sqrt{x-4} \right| > -5;$$

$$а) \left| -\sqrt{6-x} \right| > -3;$$

б) $|x^2 - 3x - 40| \leq 0$;

б) $|x^2 + 3x - 28| \leq 0$;

в) $\left| \frac{-x}{x^2 - 25} \right| \geq 0$.

в) $\left| \frac{-9x}{x^2 - 9x} \right| \geq 0$.

К-8. ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА И СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Вариант А1

Вариант А2

1**Решите неравенства:**

а) $1 + 4x < 17$;

а) $6x - 7 > 5$;

б) $2x - 1 > 4x + 1$;

б) $x + 3 < 3x - 5$;

в) $4(x + 1) - 5x < 3$.

в) $5(x - 1) + 6 > 6x$.

2**Решите систему неравенств:**

$$\begin{cases} 3 - x \leq 5, \\ 4x - 2 < 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 9 < 6, \\ 7 - x \geq 1. \end{cases}$$

3**Решите двойное неравенство:**

$-10 < 8x - 2 < 14.$

$-2 < 5x + 3 < 13.$

4**При каких значениях a корень
уравнения $x + 3 = a$ является****положительным числом?****отрицательным числом?**

5

При каких значениях y имеет смысл выражение

$$\sqrt{2y-4} + \sqrt{5-\frac{y}{2}}?$$

$$\sqrt{9-3y} + \sqrt{\frac{y}{4}+1}?$$

6

Длина прямоугольника 4 см. Какой должна быть его ширина, чтобы периметр прямоугольника был меньше 20 см?

6

Ширина прямоугольника 3 см. Какой должна быть его длина, чтобы периметр прямоугольника был больше 30 см?

Вариант Б 1

1

Решите неравенства:

а) $x - 9 < 8x + 5$;

б) $4(x - 11) - 5(2x - 7) > 0$;

в) $\frac{x}{3} + 9 \leq x$.

а) $2x + 5 > 7x - 10$;

б) $2(3x + 7) - 8(x + 3) < 0$;

в) $\frac{x}{7} - 6 \geq x$.

2

Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2(x+3) - 3(x-2) > 0, \\ 2x + 3(2x-3) \leq 7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(x-4) - 4(x+3) \leq 0 \\ 3x + 2(3x-2) > 5. \end{cases}$$

3

Решите двойное неравенство:

$$-4 < \frac{x-3}{2} \leq 3.$$

$$-2 < \frac{x+1}{3} \leq 7.$$

4

При каких значениях a уравнение $x^2 = 2a - 3$ имеет два корня?уравнение $x^2 = 3a + 2$ не имеет корней?

5

При каких значениях y имеет смысл выражение

$$\sqrt{12-3y} + \frac{1}{\sqrt{y+2}}?$$

$$\sqrt{4+y} + \frac{1}{\sqrt{15-5y}}?$$

6

Магазин должен заказать поставщикам столько же килограммов сахара, сколько и муки. Сахар расфасован в 50-килограммовые мешки, а мука — в 60-килограммовые. По сколько килограммов сахара и муки может заказать магазин, если в хранилище помещается не более 22 мешков?

6

Спортсмены отправляются в поход на байдарке по реке, скорость течения которой равна 3 км/ч. Собственная скорость байдарки 15 км/ч. На какое расстояние от места старта могут отъехать спортсмены, если они должны вернуться к месту старта не позже, чем через 5 часов?

Вариант В1

1

Решите неравенства:

а) $-(4x + 1) < 3(x + 9);$

б) $x^2 - (x + 3)(x - 3) < 3x;$

в) $\frac{x+3}{4} - \frac{x}{2} \geq 3.$

Вариант В2

а) $-(3x + 10) > 2 - x;$

б) $x^2 - (x - 4)(x + 4) > 2x;$

в) $\frac{x-2}{6} - \frac{x}{3} \leq 2.$

2**Решите систему неравенств:**

$$\begin{cases} (x+3)(x-4) \leq x^2, \\ \frac{x+1}{3} - \frac{x}{4} > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+2)(x-3) \leq x^2, \\ \frac{4x+1}{7} - \frac{x}{2} > 0. \end{cases}$$

3**Решите двойное неравенство:**

$$-1 < \frac{3-x}{4} \leq 2.$$

$$-2 \leq \frac{4-x}{3} < 1.$$

4**При каких значениях a выполняется равенство**

$$|9 - 2a| = 2a - 9?$$

$$|4 - 3a| = 4 - 3a?$$

5**При каких значениях x имеет смысл выражение**

$$\frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{x}}} + \frac{1}{x}?$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}?$$

6

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 9 см. Каким может быть его основание, если периметр треугольника больше 24 см?

6

Основание равнобедренного треугольника равно 8 см. Какой может быть его боковая сторона, если периметр треугольника меньше 22 см?

СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

С-23. СТЕПЕНЬ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Вариант А1

1

Представьте в виде степени с отрицательным показателем:

а) $\frac{1}{x^5}$; б) $\frac{1}{2}$.

2

Найдите значения выражений:

а) $2^{-7} \cdot 2^6$; б) $5 \cdot 5^{-2}$;

в) $\left(\left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^2$.

а) $\frac{1}{a^7}$; б) $\frac{1}{6}$.

а) $3 \cdot 3^{-4}$; б) $9^{-3} \cdot 9^{-4}$;

в) $\left(\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} \right)^{-2}$.

3

Упростите выражения:

а) $2x^{-3}y^2 \cdot (3x^{-2}y^{-4})$;

б) $\left(\frac{1}{2}xy^{-3} \right)^2$;

в) $\frac{25x^{-3}}{y^{-2}} \cdot \frac{y^2}{5x^{-5}}$.

а) $4x^3y^{-4} \cdot (2x^{-1}y^{-2})$;

б) $\left(\frac{1}{3}x^{-2}y \right)^3$;

в) $\frac{4x^{-1}}{y^2} \cdot \frac{y^{-2}}{2x^{-3}}$.

Вариант Б 1**1****Представьте в виде произведения:**

а) $\frac{2x}{y}$; б) $\frac{x^2}{5y^4}$.

а) $\frac{3y^2}{x^2}$; б) $\frac{x}{2y}$.

2**Найдите значения выражений:**

а) $25 \cdot 5^{-3}$;

а) $\frac{1}{8} \cdot 2^{-2}$;

б) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right)^4$;

б) $\frac{1}{3} : \left(\frac{1}{3}\right)^4$;

в) $(-0,1^{-1})^2$.

в) $(-0,1^2)^{-1}$.

3**Упростите выражения:**

а) $4x^{-3}y^2 \cdot (2xy^{-3})^{-2}$;

а) $27x^3y^{-2} \cdot (3xy^{-1})^{-3}$;

б) $\left(\frac{3x}{y^{-2}}\right)^{-3} \cdot 81xy$;

б) $8xy \cdot \left(\frac{2x^{-3}}{y}\right)^{-2}$;

в) $(x^{-2} - y^{-2}) \cdot (x + y)^{-1}$.

в) $\left(\frac{1}{x^{-2}} - \frac{1}{y^{-2}}\right) \cdot (x - y)^{-1}$.

Вариант В 1**1****Представьте в виде дроби:**

а) $xy^{-2} + x^{-2}y$;

а) $x^{-1}y - xy^{-1}$;

б) $(1 - x^{-3}) \cdot (1 - x)^{-1}$.

б) $(x^{-3} - 1) \cdot (x - 1)^{-2}$.

Вариант В 2

2

Найдите значения выражений:

а) $\frac{4^{-3} \cdot 4^{-5}}{4^{-10}}$;

а) $\frac{3^{-2} \cdot 3^{-4}}{3^{-9}}$;

б) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^{-5} \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{-2}$;

б) $\left(-1\frac{7}{9}\right)^{-7} \cdot \left(\left(\frac{3}{4}\right)^6\right)^2$;

в) $125^{-3} \cdot (0,2^{-4})^{-2}$.

в) $32^{-2} \cdot (0,5^{-3})^{-3}$.

3

Упростите выражения, если n — натуральное число:

а) $\left(\frac{2x^3}{y^4}\right)^{-2} \cdot (x^{-2}y)^{-4}$;

а) $\left(\frac{x^3}{3y^2}\right)^{-4} \cdot (xy^{-2})^{-3}$;

б) $\frac{2^{-n} + 1}{2^n + 1}$;

б) $\frac{3^n - 1}{1 - 3^{-n}}$;

в) $\frac{3^{n-1} \cdot 7^{n+1}}{21^n}$.

в) $\frac{15^n}{3^{n+1} \cdot 5^{n-1}}$.

К-9. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $3 \cdot 3^{-4}$; б) $5^{-6} \cdot 5^{-4}$; в) $(2^{-3})^2$.

Вариант А2

а) $2^{-2} \cdot 2^{-3}$; б) $4^{-2} \cdot 4$; в) $(7^{-2})^{-1}$.

2**Упростите выражения:**

а) $(a^{-5})^2 \cdot a^{12}$; б) $0,5ab^{-3} \cdot 4a^{-2}b^4$.

а) $(a^{-4})^{-3} \cdot a^{-10}$; б) $6a^2b^{-4} \cdot \frac{1}{3}a^{-3}b^5$.

3**Представьте число
в стандартном виде:**

а) 210 000 000; б) 0,00016.

а) 480 000; б) 0,000025.

4**Преобразуйте в дробь
выражения:**

а) $(3a^{-2}b^3)^{-1} \cdot 9a^{-2}b$;

а) $(4ab^{-3})^{-1} \cdot 16a^{-2}b^{-3}$;

б) $ab^{-1} - ba^{-1}$.

б) $ab^{-2} - ba^{-2}$.

5**Скорость света равна $3 \cdot 10^8$ км/с.****Какой путь пройдет свет за $1,4 \cdot 10^7$ с?****За сколько времени свет пройдет расстояние $1,5 \cdot 10^7$ км?****Вариант Б 1****1****Вычислите:**

а) $2^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; б) $25^{-4} \cdot 5^{-7}$;

а) $3^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; б) $4^{-2} \cdot 16^{-4}$;

в) $(-3)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$.

в) $(-2)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$.

Вариант Б 2

2

Упростите выражения:

а) $\frac{(a^{-3})^{-2} \cdot a^{-8}}{a^{-3}};$

а) $\frac{a^{-3} \cdot (a^{-2})^4}{a^{-9}};$

б) $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^{-3} \cdot a^5 b^{-8}.$

б) $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^{-2} \cdot a^7 b^{-3}.$

3

**Представьте число
в стандартном виде:**

а) 5201,4; б) 0,00214.

а) 3025,1; б) 0,0149.

4

**Преобразуйте в дробь
выражения:**

а) $\left(-\frac{2}{3}a^{-2}b^3\right)^{-2} \cdot \frac{8b^4}{a^2};$

а) $\left(-\frac{5}{3}a^3b^{-2}\right)^{-3} \cdot \frac{125a^4}{b};$

б) $(b^{-2} - a^{-2}) \cdot \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{-1}.$

б) $(a^{-2} - b^{-2}) \cdot \left(\frac{b-a}{ab}\right)^{-1}.$

5

**Плотность воздуха
при температуре 0° С
равна $1,29 \cdot 10^{-3}$ г/см³.**

**Какую массу имеют 1200 см³
воздуха?**

**Какой объем занимает
322,5 г воздуха?**

Вариант В 1**1****Вычислите:**

а) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot (-3)^0$; б) $\frac{2^{-3} \cdot 4^2}{8^{-2}}$;

в) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2} \cdot (1,5)^{-3}$.

2**Упростите выражения:**

а) $\frac{(a^3)^{-2} \cdot (a^{-7})^{-1}}{a^{-3}}$;

б) $\left(-\frac{2a}{3b^{-3}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{a^{-2}}{4b^5}\right)^{-1}$.

3**Представьте число в стандартном виде:**

а) $204 \cdot 10^{-5}$; б) $0,00312 \cdot 10^6$.

а) $4201 \cdot 10^{-8}$; б) $0,0175 \cdot 10^7$.

4**Преобразуйте в дробь выражения,
если n — натуральное число:**

а) $\frac{4^{n+2} - 4^n}{15^{n+1}} \cdot \frac{5^n}{12^{-n}}$;

б) $\left(\frac{a^{-1} - 1}{a^{-1} + 1}\right)^{-1}$.

Вариант В 2

а) $(-2)^0 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$; б) $\frac{3^{-3} \cdot 9^{-3}}{27^{-2}}$;

в) $(2,5)^{-3} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-2}$.

а) $\frac{(a^{-2})^{-4} \cdot (a^3)^{-2}}{a^{-2}}$;

б) $\left(\frac{3a^{-1}}{5b^2}\right)^{-2} : \left(-\frac{a}{25b^5}\right)^{-1}$.

а) $\frac{7^{n+1} + 7^n}{8^{n+1}} \cdot \frac{2^n}{28^{-n}}$;

б) $\left(\frac{1 + a^{-2}}{1 - a^{-2}}\right)^{-1}$.

5

Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника с катетами $8 \cdot 10^4$ м и $1,5 \cdot 10^5$ м. Результат запишите в стандартном виде.

5

В прямоугольном треугольнике с гипотенузой $2,5 \cdot 10^{-6}$ м и катетом $7 \cdot 10^{-7}$ м найдите длину второго катета. Результат запишите в стандартном виде.

К-10. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант А1

1

Решите уравнение:

$$\frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 1} = 0.$$

2

Решите неравенство:

$$2(5x + 3) - 1 > 7x - 2.$$

3

Упростите выражение:

$$(4 - \sqrt{2})^2 + 4\sqrt{8}.$$

4

Представьте степень в виде произведения:

$$(0,2a^{-3}b^2)^{-3}.$$

Вариант А2

$$\frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - 9} = 0.$$

$$4(2x + 3) - 3 < 6x - 7.$$

$$(\sqrt{3} + 2)^2 - 2\sqrt{12}.$$

$$(0,5x^4y^{-3})^{-2}.$$

5

Две машинистки должны были напечатать по 60 страниц каждая. Вторая машинистка печатала за 1 ч на 2 страницы меньше, поэтому закончила работу на 1 ч позже. Сколько страниц в час печатала первая машинистка?

5

Рабочий и ученик должны изготовить по 40 деталей. Рабочий выпускал за 1 ч на 3 детали больше, чем ученик, поэтому весь заказ он выполнил на 3 ч раньше. Сколько деталей в час выпускал ученик?

Вариант Б1

1

Решите уравнение:

$$\frac{2x^2 + 5x - 3}{2x^2 - x} = 0.$$

Вариант Б2

$$\frac{2x^2 - 7x - 4}{2x^2 + x} = 0.$$

2

Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2x + 3 > 5(2 - x), \\ 3x - 4 \leq 2x + 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 18 \leq 3(x + 2), \\ 4x - 8 > 3x - 12. \end{cases}$$

3

Упростите выражение:

$$(8 - 2\sqrt{15})(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2.$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2(8 + 2\sqrt{12}).$$

4

Упростите выражение:

$$\left(\frac{3x}{2y^{-2}}\right)^{-2} \cdot 18x^2y^3.$$

$$27a^5b^3 \cdot \left(\frac{3b}{a^{-2}}\right)^{-2}.$$

5

Бассейн наполняется двумя трубами за 3 ч. Первая труба, действуя одна, может заполнить бассейн на 8 ч медленнее, чем вторая. За сколько часов наполнит бассейн одна вторая труба?

5

Две бригады, работая вместе, могут выполнить заказ за 2 ч. Первой бригаде, если она будет работать одна, потребуется на выполнение заказа на 3 ч больше, чем второй. За сколько часов может выполнить заказ одна вторая бригада?

Вариант В1

1

Решите уравнение:

$$\frac{x}{x-1} - \frac{5}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}.$$

$$\frac{2}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{4x}{x^2-9}.$$

2

При каких значениях x имеет смысл выражение

$$\sqrt{4x-3} + \frac{5+x}{\sqrt{5-2(x+1)}}?$$

$$\frac{x}{\sqrt{5-2x}} + \sqrt{4(x-2)+3}?$$

3

Упростите выражение:

$$\sqrt{0,0081a^2b^4}, \text{ где } a < 0.$$

$$\sqrt{0,0144x^8y^6}, \text{ где } y < 0.$$

4

Представьте в виде степени

с основанием 2:
 $0,125 \cdot 4^{n+2}.$

с основанием 5:
 $0,008 \cdot 25^{n-2}.$

5

Две машинистки перепечатали часть рукописи за 2 ч, а затем первая машинистка за 1 час самостоятельно закончила работу. За сколько часов первая машинистка самостоятельно перепечатала бы рукопись, если, работая одна, она потратила бы на 4 ч меньше, чем вторая?

5

После того, как первая труба за 1 час заполнила часть бассейна, включили вторую трубу, и они вместе заполнили бассейн через три часа. Если бы бассейн наполняла каждая труба в отдельности, то первой трубе понадобилось бы на 2 ч больше, чем второй. За сколько часов самостоятельной работы заполнит бассейн первая труба?

Геометрия

Геометрия

(по учебнику Погорелова)

Четырехугольники

СП-1. СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Вариант А1

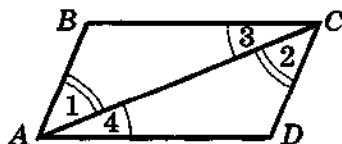
①

Один из углов параллелограмма равен 55° . Найдите остальные углы.

②

Периметр параллелограмма равен 64 см, а одна из его сторон больше другой стороны на 4 см. Найдите стороны параллелограмма.

③



Дано: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.
Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.

Вариант А2

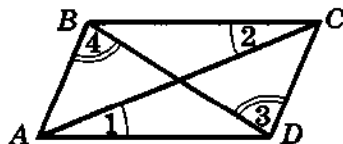
①

Один из углов параллелограмма равен 138° . Найдите остальные углы.

②

Периметр параллелограмма равен 36 см, а одна из его сторон больше другой стороны в два раза. Найдите стороны параллелограмма.

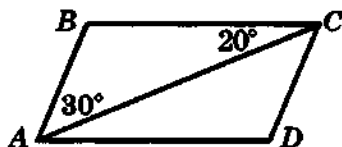
③



Дано: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.
Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.

Вариант Б1

①



Дано: $ABCD$ — параллелограмм;

$$\angle BCA = 20^\circ;$$

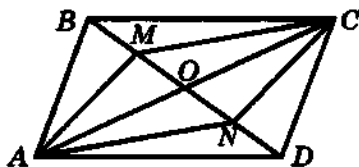
$$\angle BAC = 30^\circ.$$

Найти: углы параллелограмма $ABCD$.

②

Сумма двух сторон параллелограмма равна 24 см, а периметр — 56 см. Найдите стороны параллелограмма.

③



Дано: $ABCD$ — параллелограмм;

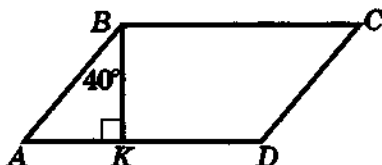
M — середина BO ,

N — середина DO .

Доказать: $AMCN$ — параллелограмм.

Вариант Б2

①



Дано: $ABCD$ — параллелограмм;

$$\angle ABK = 40^\circ;$$

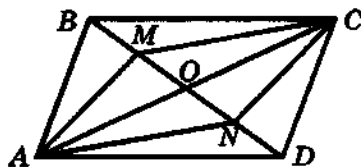
BK — высота.

Найти: углы параллелограмма $ABCD$.

②

Полупериметр параллелограмма равен 26 см, а сумма двух сторон — 22 см. Найдите стороны параллелограмма.

③



Дано: $AMCN$ — параллелограмм;

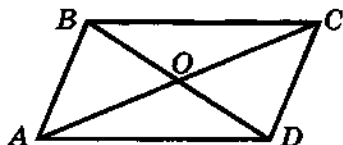
$$OM = MB,$$

$$ON = ND.$$

Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.

Вариант В1**1**

В параллелограмме $ABCD$ луч AM — биссектриса $\angle BAD$. Найдите углы параллелограмма $ABCD$, если $\angle BMA = 25^\circ$.

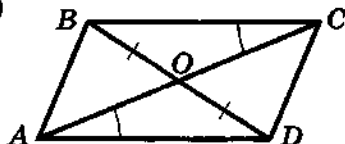
2

Дано: $ABCD$ — параллелограмм;

$$BC = 12 \text{ см};$$

$$P_{COD} = 24 \text{ см}; P_{AOD} = 28 \text{ см}.$$

Найти: P_{ABCD} .

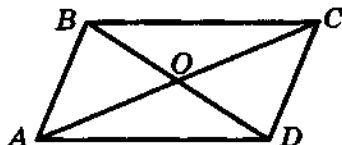
3

Дано: $\angle OAD = \angle OCB$; $BO = OD$.

Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.

Вариант В2**1**

В параллелограмме $ABCD$ луч BK — биссектриса $\angle ABC$. Найдите углы параллелограмма $ABCD$, если $\angle BKA = 50^\circ$.

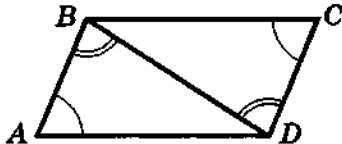
2

Дано: $ABCD$ — параллелограмм;

$$P_{AOB} = 17 \text{ см};$$

$$BC = 9 \text{ см}; CD = 6 \text{ см}.$$

Найти: P_{AOD} .

3

Дано: $\angle ABD = \angle CDB$; $\angle A = \angle C$.

Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.

СП-2. ПРЯМОУГОЛЬНИК. РОМБ. КВАДРАТ**Вариант А1****1**

Диагональ ромба образует с одной из его сторон угол 20° . Найдите углы ромба.

Вариант А2**1**

Сторона ромба образует с одной из диагоналей угол 50° . Найдите углы ромба.

2

Диагонали прямоугольника пересекаются под углом 20° . Найдите углы, которые образует диагональ со сторонами прямоугольника.

3

Докажите, что если диагонали ромба равны, то он является квадратом.

Вариант Б1

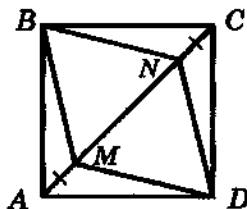
1

Сторона ромба образует с его диагоналями углы, один из которых в 4 раза больше другого. Найдите углы ромба.

2

Диагональ делит угол прямоугольника в отношении 2:7. Найдите углы между диагоналями данного прямоугольника.

3



2

Диагональ прямоугольника образует с одной из его сторон угол 40° . Найдите острый угол, образующийся при пересечении диагоналей данного прямоугольника.

3

Докажите, что если диагонали прямоугольника перпендикулярны, то он является квадратом.

Вариант Б2

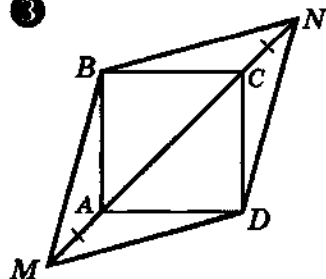
1

Диагонали ромба образуют с его стороной углы, один из которых на 50° меньше другого. Найдите углы ромба.

2

Углы, образовавшиеся при пересечении диагоналей прямоугольника, относятся как 2:7. Найдите углы, которые образует диагональ со сторонами данного прямоугольника.

3



На диагонали AC квадрата $ABCD$ отложены равные отрезки AM и CN . Докажите, что $BNDM$ — ромб.

Вариант В1

①

Высота ромба, проведенная из вершины тупого угла, делит сторону ромба пополам. Найдите углы ромба.

②

В прямоугольнике $ABCD$ биссектриса угла A образует с диагональю BD углы, один из которых равен 105° . Найдите угол между диагоналями прямоугольника.

③

Докажите, что середины сторон квадрата являются вершинами другого квадрата.

На продолжении диагонали AC квадрата $ABCD$ отложены равные отрезки AM и CN . Докажите, что $BNDM$ — ромб.

Вариант В2

①

В ромбе $ABCD$ биссектриса угла ABD проходит через середину стороны AD . Найдите углы ромба.

②

В прямоугольнике $ABCD$ биссектриса угла A образует с диагональю AC угол 20° . Найдите угол между диагоналями прямоугольника.

③

На сторонах квадрата $ABCD$ от вершин B и D отложены равные отрезки BK , BM , DN и DP . Докажите, что точки K , M , N и P являются вершинами прямоугольника.

КП-1. ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Вариант А1

①

Один из углов параллелограмма на 50° меньше другого.

Вариант А2

①

Один из углов параллелограмма в 3 раза больше другого.

Найдите все углы параллелограмма.

②

Биссектриса угла прямоугольника делит его сторону на две части, каждая из которых равна 5 см. Найдите периметр прямоугольника.

③

Периметр ромба равен 40 см, а один из его углов равен 60° . Найдите длину диагонали, противоположащей этому углу.

Вариант Б1

①

Градусные меры двух углов параллелограмма относятся как 4:5. Найдите все углы параллелограмма.

②

В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла A делит сторону BC на отрезки BK и KC . Найдите периметр параллелограмма, если известно, что $AB = 4$ см и BK в 2 раза меньше KC .

③

Докажите, что параллелограмм, у которого углы равны,

Найдите все углы параллелограмма.

②

Биссектриса угла прямоугольника делит его большую сторону пополам. Меньшая сторона прямоугольника равна 5 см. Найдите периметр прямоугольника.

③

Один из углов ромба равен 120° , а диагональ, исходящая из вершины этого угла, равна 10 см. Найдите периметр ромба.

Вариант Б2

①

Разность двух углов параллелограмма равна 40° . Найдите все углы параллелограмма.

②

В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла A делит сторону BC на отрезки BK и KC . Найдите периметр параллелограмма, если известно, что $KC = 3$ см и $AD = 10$ см.

③

Докажите, что параллелограмм, у которого стороны

а диагонали перпендикулярны, является квадратом.

Вариант В1

①

Угол между высотами параллелограмма, проведенными из одной вершины, равен 125° . Найдите углы параллелограмма.

②

Через середину основания равнобедренного треугольника проведены прямые, параллельные его боковым сторонам.

а) Определите вид образовавшегося четырехугольника.

б) Найдите периметр этого четырехугольника, если боковая сторона треугольника равна 8 см.

③

Биссектрисы двух углов прямоугольника делят его сторону на три части, каждая из которых равна 3 см. Найдите периметр прямоугольника. Сколько решений имеет задача?

равны и диагонали равны, является квадратом.

Вариант В2

①

Из вершины одного угла параллелограмма проведены биссектриса этого угла и высота. Угол между ними равен 30° . Найдите углы параллелограмма.

②

Через середину гипотенузы прямоугольного треугольника проведены прямые, параллельные его катетам.

а) Определите вид образовавшегося четырехугольника.

б) Найдите периметр этого четырехугольника, если катеты треугольника равны 6 см и 8 см.

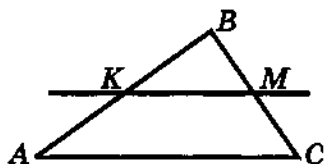
③

Биссектрисы двух углов прямоугольника делят его сторону на части, равные 4 см, 2 см и 4 см. Найдите периметр прямоугольника. Сколько решений имеет задача?

СП-3. ТЕОРЕМА ФАЛЕСА. СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

①



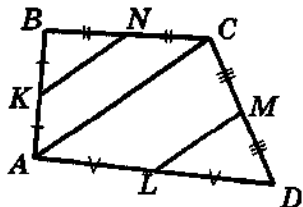
Дано: $AB = 10$ см; $AK = 5$ см;
 $AC \parallel KM$.

Доказать: $BM = MC$.

②

В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AB и BC соответственно. Периметр треугольника ABC равен 22 см. Найдите периметр треугольника MBN .

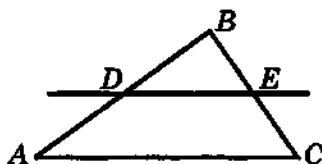
③



Точки K, L, M, N — середины сторон четырехугольника $ABCD$. Докажите, что $KN \parallel LM$.

Вариант А2

①



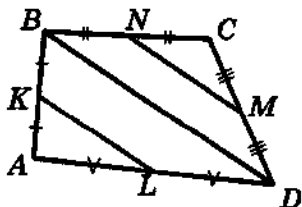
Дано: $EC = 4$ см; $BC = 8$ см;
 $DE \parallel AC$.

Доказать: $AD = DB$.

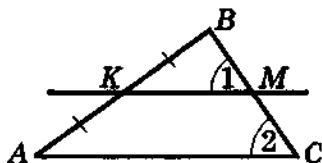
②

В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AB и BC соответственно. Периметр треугольника MBN равен 22 см. Найдите периметр треугольника ABC .

③



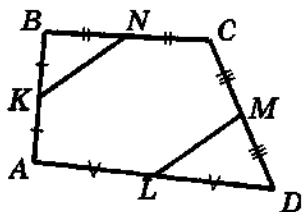
Точки K, L, M, N — середины сторон четырехугольника $ABCD$. Докажите, что $KL \parallel NM$.

Вариант Б1**1**

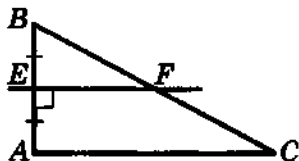
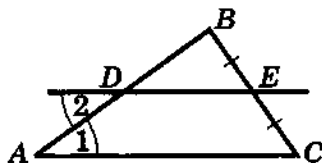
Дано: $AK = KB$; $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $BM = MC$.

2

Точки P , R и S — середины сторон треугольника ABC . Периметр треугольника PRS равен 12 см. Найдите периметр треугольника ABC .

3

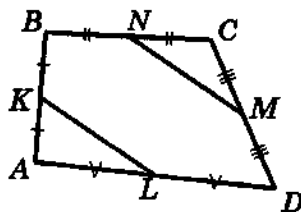
Точки K , L , M , N — середины сторон четырехугольника $ABCD$. Докажите, что $KN = LM$.

Вариант В1**1****Вариант Б2****1**

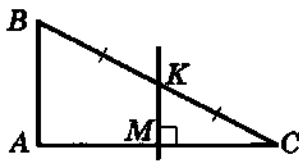
Дано: $BE = EC$; $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $AD = DB$.

2

Точки P , R и S — середины сторон треугольника ABC . Периметр треугольника ABC равен 12 см. Найдите периметр треугольника PRS .

3

Точки K , L , M , N — середины сторон четырехугольника $ABCD$. Докажите, что $KL = NM$.

Вариант В2**1**

Дано: $\angle B = 58^\circ$; $\angle C = 32^\circ$;

$EF \perp AB$; $AE = EB$.

Доказать: $BF = FC$.

2

Периметр треугольника равен 76 см. Стороны треугольника, образованного средними линиями данного треугольника, относятся как 4:7:8. Найдите стороны данного треугольника.

3

Докажите, что прямая, проходящая через середины противоположных сторон параллелограмма, проходит через точку пересечения его диагоналей.

Дано: $\angle B = 65^\circ$; $\angle C = 25^\circ$;

$KM \perp AC$; $BK = KC$.

Доказать: $AM = MC$.

2

Стороны треугольника относятся как 7:8:11. Периметр треугольника, образованного средними линиями данного треугольника, равен 52 см. Найдите стороны данного треугольника.

3

Через точку пересечения диагоналей параллелограмма проведена прямая, параллельная двум его сторонам. Докажите, что эта прямая проходит через середины двух других сторон параллелограмма.

СП-4. ТРАПЕЦИЯ. СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ

Вариант А1

1

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC угол A равен 50° , а угол C равен 100° . Найдите остальные углы трапеции.

Вариант А2

1

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC угол B равен 95° , а угол C равен 110° . Найдите остальные углы трапеции.

2

Средняя линия трапеции равна 7 см, а большее основание — 10 см. Найдите меньшее основание трапеции.

3

Диагональ равнобокой трапеции с основаниями 8 см и 5 см является биссектрисой острого угла трапеции. Найдите периметр трапеции.

Вариант Б 1

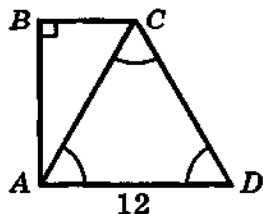
1

Разность противоположных углов равнобокой трапеции равна 20° . Найдите углы трапеции.

2

Боковая сторона равнобокой трапеции равна 6 см, а средняя линия — 10 см. Найдите периметр трапеции.

3



2

Средняя линия трапеции равна 11 см, а меньшее основание — 6 см. Найдите большее основание трапеции.

3

Диагональ равнобокой трапеции с основаниями 4 см и 10 см является биссектрисой тупого угла трапеции. Найдите периметр трапеции.

Вариант Б 2

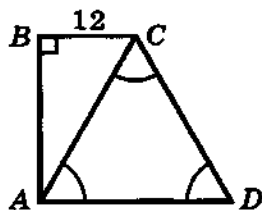
1

Противоположные углы равнобокой трапеции относятся как 2:7. Найдите углы трапеции.

2

Периметр равнобокой трапеции равен 32 см, а средняя линия — 9 см. Найдите боковые стороны трапеции.

3



Диагональ AC делит прямоугольную трапецию $ABCD$ на два треугольника — прямоугольный и равнобедренный. Найдите среднюю линию трапеции, если ее большее основание равно 12 см.

Вариант В1

1

Диагональ делит равнобокую трапецию на два равнобедренных треугольника. Найдите углы трапеции.

2

По одну сторону от прямой a отмечены точки C и D . Середина отрезка CD отстоит от данной прямой на 12 см. Найдите расстояния от точек C и D до данной прямой, если точка C находится втрое дальше от прямой, чем точка D .

3

В равнобокой трапеции с острым углом 60° биссектриса этого угла делит меньшее основание, равное 16 см, пополам. Найдите среднюю линию трапеции.

Диагональ AC делит прямоугольную трапецию $ABCD$ на два треугольника — прямоугольный и равнобедренный. Найдите среднюю линию трапеции, если ее меньшее основание равно 12 см.

Вариант В2

1

Три стороны трапеции равны между собой, а ее диагональ равна одному из оснований. Найдите углы трапеции.

2

По одну сторону от прямой a отмечены точки C и D . Середина отрезка CD отстоит от данной прямой на 12 см. Найдите расстояния от точек C и D до данной прямой, если точка D находится на 8 см дальше от прямой, чем точка C .

3

В равнобокой трапеции с тупым углом 120° биссектриса этого угла делит большее основание, равное 16 см, пополам. Найдите среднюю линию трапеции.

СП-5*. ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Стороны параллелограмма равны a и b ($a < b$). Найдите диагонали четырехугольника, образованного при пересечении биссектрис

внутренних углов параллелограмма.

2

На стороне ромба $ABCD$ построен равносторонний треугольник AOB . Найдите угол COD , если

точка O находится внутри ромба.

3

Постройте квадрат

по разности длин диагонали и стороны.

4

Средняя линия треугольника образует со стороной углы, которые

в три раза

в пять раз

больше углов треугольника при этой стороне. Найдите углы треугольника.

5

В равнобокой трапеции с острым углом 60°

Вариант 2

внешних углов параллелограмма.

точка O находится вне ромба.

по сумме длин диагонали и стороны.

основания относятся как 2:3. Как относятся периметры фигур, на которые трапеция делится своей средней линией?

периметры фигур, на которые трапеция делится своей средней линией, относятся как 11:13. Как относятся основания трапеции?

КП-2. ТРАПЕЦИЯ. СРЕДНИЕ ЛИНИИ ТРЕУГОЛЬНИКА И ТРАПЕЦИИ

Вариант А1

①

В равностороннем треугольнике ABC со стороной, равной 10 см, точки K и M — середины сторон AB и BC соответственно.

- а) Докажите, что $AKMC$ — трапеция.
б) Найдите периметр $AKMC$.

②

Средняя линия трапеции равна 16 см. Найдите основания трапеции, если они относятся как 3:5.

③

Диагональ трапеции делит среднюю линию на отрезки 4 см и 9 см. Найдите основания трапеции.

Вариант А2

①

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC , равным 12 см, и боковой стороной, равной 10 см, точки D и E — середины сторон AB и BC соответственно.

- а) Докажите, что $ADEC$ — трапеция.
б) Найдите периметр $ADEC$.

②

Средняя линия трапеции равна 20 см. Найдите основания трапеции, если они относятся как 3:7.

③

Основания трапеции равны 8 см и 14 см. Найдите отрезки, на которые диагональ трапеции делит среднюю линию.

Вариант Б1

①

В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 10$ см. Точки K , N и D — середины сторон AB , BC и AC соответственно. Определите вид четырехугольника $KBND$ и найдите его периметр.

②

Биссектрисы острых углов равнобокой трапеции пересекаются в точке, лежащей на меньшем основании трапеции. Большее основание трапеции равно 18 см, а боковая сторона — 4 см. Найдите среднюю линию трапеции.

③

Докажите, что если диагонали четырехугольника перпендикулярны, то середины его сторон являются вершинами прямоугольника.

Вариант В1

①

Диагонали трапеции делят среднюю линию на три отрезка, два из которых равны 5 см и 7 см. Найдите основания трапеции. Сколько решений имеет задача?

Вариант Б2

①

В равностороннем треугольнике ABC со стороной, равной 6 см, точки D , E и F — середины сторон AB , BC и AC соответственно. Определите вид четырехугольника $ADEF$ и найдите его периметр.

②

Биссектрисы тупых углов равнобокой трапеции пересекаются в точке, лежащей на большем основании трапеции. Меньшее основание трапеции равно 8 см, а боковая сторона — 9 см. Найдите среднюю линию трапеции.

③

Докажите, что если диагонали четырехугольника равны, то середины его сторон являются вершинами ромба.

Вариант В2

①

Диагонали трапеции делят ее среднюю линию на три отрезка, один из которых равен 3 см. Найдите среднюю линию трапеции, если большее основание равно 14 см. Сколько решений имеет задача?

2

Средняя линия данной трапеции делит ее на две трапеции, средние линии которых равны 10 см и 18 см. Найдите основания данной трапеции.

3

Докажите, что если в равнобокой трапеции диагонали взаимно перпендикулярны, то ее высота равна средней линии.

2

Средняя линия длиной 21 см делит данную трапецию на две трапеции, средние линии которых относятся как 2:5. Найдите основания данной трапеции.

3

Докажите, что если в равнобокой трапеции высота равна средней линии, то диагонали трапеции взаимно перпендикулярны.

Теорема Пифагора

СП-6. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Вариант А1

①

Катеты прямоугольного треугольника равны 6 см и 8 см. Найдите длину гипотенузы.

②

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5 см, а высота, опущенная на основание, — 4 см. Найдите периметр треугольника.

③

Найдите катеты равнобедренного прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна $\sqrt{2}$ см.

Вариант Б1

①

Диагональ прямоугольника равна 13 см, а одна из его сторон — 12 см. Найдите периметр прямоугольника.

Вариант А2

①

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 15 см, а один из его катетов — 12 см. Найдите длину второго катета.

②

Основание равнобедренного треугольника равно 8 см, а высота, опущенная на основание, — 3 см. Найдите периметр треугольника.

③

Найдите сторону квадрата, диагональ которого равна $\sqrt{8}$ см.

Вариант Б2

①

Периметр прямоугольника равен 34 см, а одна из его сторон равна 5 см. Найдите диагональ прямоугольника.

②

Найдите периметр прямоугольной трапеции, основания которой равны 2 см и 8 см, а большая боковая сторона — 10 см.

③

Медиана равностороннего треугольника равна $\sqrt{3}$ см. Найдите сторону треугольника.

Вариант В1

①

В окружности радиуса 13 см проведена хорда на расстоянии 5 см от центра окружности. Найдите длину хорды.

②

В прямоугольной трапеции большая диагональ равна 15 см, а боковые стороны 12 см и 13 см. Найдите среднюю линию трапеции.

③

Одна из сторон прямоугольника на 2 см меньше диагонали, а другая сторона равна 8 см. Найдите периметр прямоугольника.

②

Найдите периметр равнобокой трапеции, основания которой равны 3 см и 9 см, а высота — 4 см.

③

Биссектриса равностороннего треугольника равна $2\sqrt{3}$ см. Найдите сторону треугольника.

Вариант В2

①

В окружности радиуса 15 см проведена хорда длиной 18 см. Найдите расстояние от центра окружности до данной хорды.

②

В прямоугольной трапеции меньшая диагональ равна 13 см, а боковые стороны — 12 см и 20 см. Найдите среднюю линию трапеции.

③

Стороны прямоугольника относятся как 3:4, а его диагональ равна 50 см. Найдите периметр прямоугольника.

СП-7. ТЕОРЕМА, ОБРАТНАЯ ТЕОРЕМЕ ПИФАГОРА. ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ

Вариант А1

①

Докажите, что треугольник со сторонами 8 см, 15 см и 17 см является прямоугольным. Определите длину гипотенузы этого треугольника.

②

Из точки, не лежащей на данной прямой, проведены перпендикуляр к прямой, длина которого 24 см, и наклонная длиной 25 см. Найдите периметр образованного треугольника.

③

Из точки, не лежащей на данной прямой, проведены к прямой две наклонные l_1 и l_2 , проекции которых равны 5 см и 8 см соответственно. Какая из наклонных имеет большую длину? Ответ объясните.

Вариант Б1

①

Стороны треугольника пропорциональны числам 7, 24

Вариант А2

①

Докажите, что треугольник со сторонами 5 см, 12 см и 13 см является прямоугольным. Определите длины катетов этого треугольника.

②

Из точки, не лежащей на данной прямой, проведены перпендикуляр к прямой и наклонная длиной 26 см. Проекция наклонной на данную прямую равна 10 см. Найдите периметр образованного треугольника.

③

Из точки, не лежащей на данной прямой, проведены к прямой две наклонные $l_1 = 14$ см и $l_2 = 13$ см. Какая из наклонных имеет большую проекцию? Ответ объясните.

Вариант Б2

①

Стороны треугольника пропорциональны числам 8, 15

и 25. Докажите, что данный треугольник прямоугольный.

2

Из точки A , не лежащей на прямой a , проведены к этой прямой перпендикуляр AD и наклонные AB и AC . Найдите расстояние между точками B и C , если $AD = 12$ см, $AB = 15$ см, $AC = 20$ см и точка D лежит на отрезке BC .

3

В треугольнике ABC $AB = 11$ см, $BC = 7$ см, BD — высота. Какой из отрезков больше — AD или DC ? Почему?

Вариант В1

1

Докажите, что если $a > 1$, то треугольник со сторонами $a^2 + 1$, $a^2 - 1$ и $2a$ — прямоугольный. Определите длину гипотенузы этого треугольника.

2

Из точки, не лежащей на прямой, проведены к этой прямой перпендикуляр и две наклон-

и 17. Докажите, что данный треугольник прямоугольный.

2

Из точки A , не лежащей на прямой a , проведены к этой прямой перпендикуляр AD и наклонные AB и AC . Найдите расстояние между точками B и C , если $AD = 8$ см, $AB = 17$ см, $AC = 10$ см и точка D не лежит на отрезке BC .

3

В треугольнике ABC высота BD делит сторону AC на отрезки $AD = 7$ см, $DC = 8$ см. Какая из сторон больше — AB или BC ? Почему?

Вариант В2

1

Докажите, что если $a > b > 0$, то треугольник со сторонами $a^2 + b^2$, $a^2 - b^2$ и $2ab$ — прямоугольный. Определите длины катетов этого треугольника.

2

Из точки, не лежащей на прямой, проведены к этой прямой перпендикуляр и две

ные. Найдите длину перпендикуляра, если наклонные равны 25 см и 30 см, а длины их проекций на данную прямую относятся как 7:18.

3

Проекции катетов на гипотенузу прямоугольного треугольника равны 9 см и 16 см. Найдите катеты треугольника.

наклонные. Найдите длину перпендикуляра, если длины наклонных относятся как 3:4, а их проекции на данную прямую равны 9 см и 16 см.

3

Катеты прямоугольного треугольника равны 15 см и 20 см. Найдите их проекции на гипотенузу.

СП-8. НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1

Существует ли треугольник со сторонами a , b и c , если $a = 8$ см, $b = 5$ см, $c = 3$ см? Ответ объясните.

2

Две стороны равнобедренного треугольника равны 9 см и 4 см. Какую длину может иметь третья сторона? Почему?

3

Докажите, что сторона параллелограмма меньше полусуммы его диагоналей.

Вариант А2

1

Существует ли треугольник со сторонами a , b и c , если $a = 4$ см, $b = 9$ см, $c = 5$ см? Ответ объясните.

2

Две стороны равнобедренного треугольника равны 11 см и 5 см. Какую длину может иметь третья сторона? Почему?

3

Докажите, что боковая сторона равнобедренного треугольника больше половины основания.

Вариант Б1**1**

Пересекаются ли окружности с радиусами R_1 и R_2 и расстоянием между центрами d , если $R_1 = 9$ см, $R_2 = 4$ см, $d = 11$ см? Ответ объясните.

2

Две стороны треугольника равны 0,8 см и 1,8 см. Какую длину может иметь третья сторона, если ее длина измеряется целым числом сантиметров?

3

Докажите, что сумма диагоналей параллелограмма меньше его периметра.

Вариант В1**1**

Диагонали параллелограмма равны 6 см и 10 см. Может ли его сторона иметь длину 9 см? Ответ объясните.

2

В треугольнике ABC $AB = 7$ см, $AC = 16$ см. В каких пределах может меняться длина медианы AD ?

Вариант Б2**1**

Пересекаются ли окружности с радиусами R_1 и R_2 и расстоянием между центрами d , если $R_1 = 6$ см, $R_2 = 5$ см, $d = 13$ см? Ответ объясните.

2

Две стороны треугольника равны 2,2 см и 0,7 см. Какую длину может иметь третья сторона, если ее длина измеряется целым числом сантиметров?

3

Докажите, что сумма диагоналей параллелограмма больше половины его периметра.

Вариант В2**1**

Две стороны треугольника равны 4 см и 8 см. Может ли отрезок, соединяющий их середины, иметь длину 6 см? Ответ объясните.

2

В треугольнике ABC $AB = 4$ см, $AC = 6$ см. В каких пределах может меняться длина медианы AD ?

③

Докажите, что средняя линия трапеции меньше полусуммы ее диагоналей.

③

Докажите, что разность оснований трапеции меньше суммы ее боковых сторон.

СП-9*. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

①

Диагонали трапеции равны 8 см и 15 см, а основания — 7 см и 10 см. Найдите угол между диагоналями.

②

Медианы, проведенные к катетам прямоугольного треугольника, равны m_a и m_b . Найдите медиану, проведенную к гипотенузе.

③

В ромбе $ABCD$ из вершины тупого угла D на сторону BC опущен перпендикуляр DK .

Найдите AK , если $AD = 4$ см,
 $AC = 2\sqrt{14}$ см.

Вариант 2

①

Боковые стороны трапеции равны 3 см и 4 см, а основания — 5 см и 10 см. Под каким углом пересекаются продолжения боковых сторон трапеции?

②

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна c . Найдите сумму квадратов его медиан.

Найдите AC , если $CK = 3$ см,
 $AK = \sqrt{23}$ см.

④

Докажите, что в прямоугольном треугольнике с катетами a и b и гипотенузой c

$$a^3 + b^3 < c^3.$$

$$a^4 + b^4 < c^4.$$

⑤

Докажите, что

сумма двух сторон треугольника больше удвоенной медианы, проведенной из той же вершины.

периметр треугольника больше суммы его медиан.

КП-3. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Вариант А1

①

Стороны прямоугольника равны 9 см и 12 см. Найдите диагонали прямоугольника.

②

Периметр равностороннего треугольника равен 6 см. Найдите его высоту.

③

Основания прямоугольной трапеции равны 2 см и 10 см, а боковые стороны относятся как 3:5. Найдите периметр трапеции.

Вариант А2

①

Катеты прямоугольного треугольника равны 5 см и 12 см. Найдите периметр треугольника.

②

Периметр ромба равен 20 см, а одна из его диагоналей равна 8 см. Найдите вторую диагональ ромба.

③

Основания равнобокой трапеции равны 8 см и 16 см, а боковая сторона относится к высоте как 5:3. Найдите периметр трапеции.

Вариант Б1**1**

Периметр равнобедренного треугольника равен 16 см, а его основание равно 6 см. Найдите биссектрису треугольника, проведенную к основанию.

2

Основания прямоугольной трапеции равны 26 см и 36 см, а большая диагональ является биссектрисой острого угла. Найдите периметр трапеции.

3

Диагонали ромба относятся как 3:4, а сторона равна 50 см. Найдите диагонали и высоту ромба.

Вариант В1**1**

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17 см, а высота проведенная к ней, равна 8 см. Найдите основание треугольника.

2

Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне и относится

Вариант Б2**1**

Периметр равнобедренного треугольника равен 36 см, а его боковая сторона равна 13 см. Найдите медиану треугольника, проведенную к основанию.

2

Основания прямоугольной трапеции равны 15 см и 6 см, а меньшая диагональ является биссектрисой тупого угла. Найдите периметр трапеции.

3

Большая диагональ ромба равна 40 см, а меньшая диагональ относится к стороне как 6:5. Найдите сторону и высоту ромба.

Вариант В2**1**

Сторона ромба равна 25 см, а высота — 24 см. Найдите меньшую диагональ ромба.

2

Диагональ равнобокой трапеции равна 20 см и перпендикулярна боковой стороне.

к ней как 4:3. Большее основание трапеции равно 50 см. Найдите среднюю линию трапеции.

③

Диагонали параллелограмма равны 30 см и 26 см, а высота равна 24 см. Найдите стороны параллелограмма.

Боковая сторона и большее основание трапеции относятся как 3:5. Найдите среднюю линию трапеции.

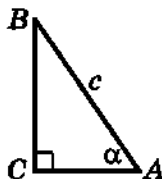
③

Стороны параллелограмма равны 15 см и 25 см, а высота, проведенная к большей стороне, равна 12 см. Найдите диагонали параллелограмма.

СП-10. РЕШЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Вариант А1

①



Дано: $\angle C = 90^\circ$; $\angle A = \alpha$; $AB = c$.
Найти: AC , BC , $\angle B$.

②

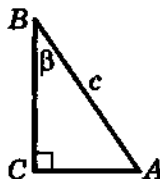
В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$ см, $\sin \angle B = 0,8$. Найдите AB и BC .

③

Основание равнобедренного треугольника равно $4\sqrt{3}$ см, а боковая сторона равна 4 см. Найдите углы треугольника.

Вариант А2

①



Дано: $\angle C = 90^\circ$; $\angle B = \beta$; $AB = c$.
Найти: AC , BC , $\angle A$.

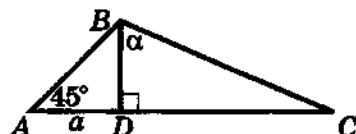
②

В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3$ см, $\cos \angle B = 0,6$. Найдите AB и AC .

③

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10 см, а высота, проведенная к основанию, равна $5\sqrt{3}$ см. Найдите углы треугольника.

4

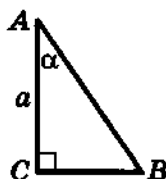


Дано: $BD \perp AC$; $\angle DBC = \alpha$;
 $\angle A = 45^\circ$; $AD = a$.

Найти: DC .

Вариант Б1

1



Дано: $\angle C = 90^\circ$;
 $\angle A = \alpha$; $AC = a$.

Найти: неизвестные стороны
и углы треугольника ABC .

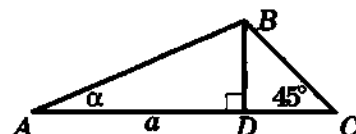
2

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 25 см, а синус одного из углов равен 0,28. Найдите катеты треугольника.

3

Диагональ прямоугольника равна 8, а одна из его сторон — $4\sqrt{3}$. Найдите острый угол между диагоналями прямоугольника.

4

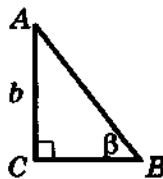


Дано: $BD \perp AC$; $\angle A = \alpha$;
 $\angle C = 45^\circ$; $AD = a$.

Найти: DC .

Вариант Б2

1



Дано: $\angle C = 90^\circ$;
 $\angle B = \beta$; $AC = b$.

Найти: неизвестные стороны
и углы треугольника ABC .

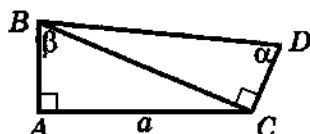
2

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 34 см, а косинус одного из углов равен $8/17$. Найдите катеты треугольника.

3

Стороны прямоугольника равны $2\sqrt{3}$ и 2. Найдите острый угол между диагоналями прямоугольника.

①

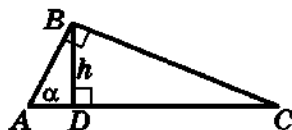


Дано: $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$;
 $\angle ABC = \beta$; $\angle BDC = \alpha$;
 $AC = a$.

Найти: DC .

Вариант В1

①



Дано: $\angle ABC = 90^\circ$; $BD \perp AC$;
 $BD = h$; $\angle A = \alpha$.

Найти: стороны треугольника ABC .

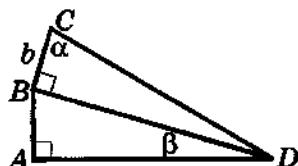
②

В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$,
 $BC = 6$, $\operatorname{tg} \angle B = 1/3$. Найдите
 AB и AC .

③

Боковые стороны прямоугольной трапеции относятся как $1 : \sqrt{2}$. Найдите углы трапеции.

①

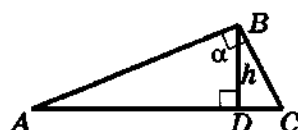


Дано: $\angle BAD = \angle CBD = 90^\circ$;
 $\angle BCD = \alpha$; $\angle BDA = \beta$;
 $CB = b$.

Найти: AB .

Вариант В2

①



Дано: $\angle ABC = 90^\circ$; $BD \perp AC$;
 $BD = h$; $\angle ABD = \alpha$.

Найти: стороны треугольника ABC .

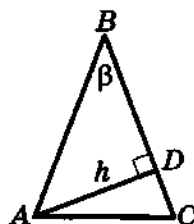
②

В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$,
 $AC = 6$, $\operatorname{tg} \angle B = 1/2$. Найдите
 AB и BC .

③

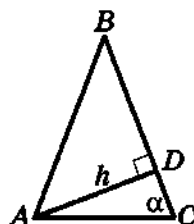
Боковая сторона равнобокой трапеции относится к высоте как $2 : \sqrt{3}$. Найдите углы трапеции.

4



Дано: $AB = BC$; $\angle B = \beta$;
 $AD \perp BC$; $AD = h$.
 Найти: AC .

4



Дано: $AB = BC$; $\angle C = \alpha$;
 $AD \perp BC$; $AD = h$.
 Найти: AB .

СП-11. СВОЙСТВА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Вариант А1

1

Вычислите:

$$\operatorname{tg} 45^\circ - \sin 30^\circ.$$

2

Упростите выражения:

а) $(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)$;

б) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha$;

в) $1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

3

Найдите значение

$\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$.

4

Какой из углов больше — α или β ,
 если

Вариант А2

$$\cos 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ.$$

а) $(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)$;

б) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$;

в) $1 + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

$\sin \alpha$, если $\cos \alpha = 0,8$.

$$\sin \alpha = 0,25, \sin \beta = 0,2?$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,4, \operatorname{tg} \beta = 0,41?$$

Вариант Б 1**Вариант Б 2****1****Вычислите:**

$$4 \operatorname{tg} 60^\circ - 2 \cos 30^\circ.$$

$$\sqrt{2} \sin 45^\circ - \sqrt{3} \operatorname{tg} 30^\circ.$$

2**Упростите выражения:**

$$\text{а) } \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha + \cos^2 \alpha;$$

$$\text{а) } \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha;$$

$$\text{б) } (\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin \alpha - \cos \alpha) + 2 \cos^2 \alpha;$$

$$\text{б) } (\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha) + 2 \sin^2 \alpha;$$

$$\text{в) } \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}.$$

$$\text{в) } \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}.$$

3**Найдите значения**

$$\cos \alpha \text{ и } \operatorname{tg} \alpha, \text{ если } \sin \alpha = \frac{5}{13}.$$

$$\sin \alpha \text{ и } \operatorname{tg} \alpha, \text{ если } \cos \alpha = \frac{12}{13}.$$

4**Какой из углов больше — α или β , если**

$$\cos \alpha = \frac{1}{6}, \cos \beta = \frac{1}{7}?$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{5}, \cos \beta = \frac{2}{3}?$$

Вариант В 1**Вариант В 2****1****Вычислите:**

$$\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \frac{1}{\operatorname{tg} 45^\circ}.$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ - \sqrt{2} \cos 45^\circ.$$

②

Упростите выражения:

а) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha$;

а) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha$;

б) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha$;

б) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \cos^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha$;

в) $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \sin \alpha \cos \alpha$.

в) $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} - \sin \alpha \cos \alpha$.

③

Найдите значения

$\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.

$\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$.

④

Расположите в порядке возрастания углы α , β и γ , если

$\cos \alpha = \frac{3}{8}$, $\cos \beta = \frac{2}{5}$,

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$, $\cos \beta = 0,7$,

$\cos \gamma = \frac{7}{20}$.

$\cos \gamma = \frac{11}{15}$.

КП-4. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК (итоговая контрольная работа)

Вариант А1

①

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна $4\sqrt{2}$ см, а один из катетов равен 4 см. Найдите второй катет и острые углы треугольника.

Вариант А2

①

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 2 см, а один из катетов равен $\sqrt{2}$ см. Найдите второй катет и острые углы треугольника.

②

В треугольнике ABC высота BD , длина которой равна 12 см, делит сторону AC на отрезки $AD = 5$ см и $DC = 16$ см. Найдите периметр треугольника.

③

Один из углов ромба равен 60° , а диагональ, проведенная из вершины этого угла, равна $4\sqrt{3}$ см. Найдите периметр ромба.

Вариант Б1

①

Диагональ прямоугольника равна 8 см и образует с одной из сторон угол 60° . Найдите стороны прямоугольника.

②

Катет прямоугольного треугольника равен 8 см, а медиана, проведенная к нему, равна $2\sqrt{13}$ см. Найдите периметр треугольника.

③

Диагональ прямоугольной трапеции равна $4\sqrt{2}$ см и делит трапецию на два равнобедренных прямоугольных треугольника. Найдите стороны и острый угол трапеции.

②

В треугольнике ABC высота BD делит сторону AC на отрезки AD и DC . Известно, что $BC = 20$ см, $AB = 13$ см, $BD = 12$ см. Найдите периметр треугольника.

③

Один из углов ромба равен 120° , а диагональ, проведенная из вершины другого угла, равна $2\sqrt{3}$ см. Найдите периметр ромба.

Вариант Б2

①

В прямоугольном треугольнике с гипотенузой 6 см один из углов равен 30° . Найдите катеты треугольника.

②

Катет прямоугольного треугольника равен 8 см, а медиана, проведенная к другому катету, равна $\sqrt{73}$ см. Найдите периметр треугольника.

③

Высоты равнобокой трапеции делят ее на квадрат и два равнобедренных треугольника. Боковая сторона трапеции равна $4\sqrt{2}$ см. Найдите основания и тупой угол трапеции.

Вариант В1**1**

Основание равнобедренного треугольника равно $4\sqrt{3}$ см, а высота, опущенная на него, в два раза меньше боковой стороны. Найдите неизвестные стороны и углы данного треугольника.

2

Две стороны треугольника равны 17 см и 25 см. Высота делит третью сторону на отрезки, разность которых равна 12 см. Найдите периметр треугольника.

3

Из вершины тупого угла ромба, равного 120° , проведены перпендикуляры к сторонам ромба. Расстояние между основаниями перпендикуляров равно 6 см. Найдите периметр ромба.

Вариант В2**1**

Боковая сторона равнобедренного треугольника относится к основанию как $1:\sqrt{3}$, а высота, опущенная на основание, равна 2 см. Найдите стороны и углы данного треугольника.

2

Одна из сторон треугольника на 2 см меньше другой. Высота делит третью сторону на отрезки длиной 5 см и 9 см. Найдите периметр треугольника.

3

Один из углов ромба равен 120° . Точка пересечения диагоналей ромба удалена от стороны ромба на $2\sqrt{3}$ см. Найдите периметр ромба.

Декартовы координаты на плоскости

СП-12. КООРДИНАТЫ СЕРЕДИНЫ ОТРЕЗКА. РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ТОЧКАМИ. УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ

Вариант А1

①

Даны точки $A(-1; 7)$ и $B(7; 1)$.

а) Найдите координаты середины отрезка AB .

б) Найдите длину отрезка AB .

②

а) Запишите уравнение окружности с центром в точке M радиуса R , если $M(2; -1)$, $R = 3$.

б) Проходит ли данная окружность через точку $C(2; 2)$?

③

Концы диаметра окружности находятся в точках $E(3; -4)$ и $F(-3; 4)$. Найдите радиус окружности.

Вариант Б1

①

Даны точки $A(-7; -3)$ и $M(-4; 1)$. Точка M — середина отрезка AB .

Вариант А2

①

Даны точки $A(9; 4)$ и $B(1; -2)$.

а) Найдите координаты середины отрезка AB .

б) Найдите длину отрезка AB .

②

а) Запишите уравнение окружности с центром в точке M радиуса R , если $M(-3; 2)$, $R = 2$.

б) Проходит ли данная окружность через точку $D(-3; 4)$?

③

Окружность с центром в начале координат проходит через точку $K(-3; -4)$. Найдите диаметр окружности.

Вариант Б2

①

Даны точки $M(2; 1)$ и $B(6; -2)$. Точка M — середина отрезка AB .

а) Найдите координаты второго конца отрезка AB .

б) Найдите длину отрезка AB .

2

Окружность с центром в точке $O(0; 4)$ проходит через точку $K(4; 1)$.

а) Запишите уравнение этой окружности.

б) Найдите точки окружности, которые имеют абсциссу, равную 3.

3

Дана окружность с центром в точке O , заданная уравнением $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$, и точка $A(2; 3)$. Докажите, что данная окружность проходит через середину отрезка OA .

Вариант В 1

1

Даны точки $A(-2; 3)$, $B(-3; 1)$ и $C(1; 3)$. AM — медиана треугольника ABC .

а) Найдите координаты точки M .

б) Найдите длину медианы AM .

2

Отрезок CD — диаметр окружности. Запишите уравнение этой окружности, если $C(-3; 1)$, $D(1; 5)$.

а) Найдите координаты второго конца отрезка AB .

б) Найдите длину отрезка AB .

2

Окружность с центром в точке $O(-4; 0)$ проходит через точку $K(-1; 4)$.

а) Запишите уравнение этой окружности.

б) Найдите точки окружности, которые имеют ординату, равную 3.

3

Дана окружность с центром в точке O , заданная уравнением $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$, и точка $A(4; 1)$. Докажите, что данная окружность проходит через середину отрезка OA .

Вариант В 2

1

Даны точки $A(-2; 2)$, $B(0; 3)$ и $C(-2; -1)$. AM — медиана треугольника ABC .

а) Найдите координаты точки M .

б) Найдите длину медианы AM .

2

Отрезок CD — диаметр окружности. Запишите уравнение этой окружности, если $C(1; -3)$, $D(5; -1)$.

3

- а) Найдите центр и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + 2x + y^2 - 4y + 1 = 0$.
б) Найдите точки пересечения этой окружности с осями координат.

3

- а) Найдите центр и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 - 6x + y^2 + 2y + 1 = 0$.
б) Найдите точки пересечения этой окружности с осями координат.

СП-13. УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ

Вариант А1

1

- а) Составьте уравнение прямой AB , если $A(0; 4)$, $B(-2; 0)$.
б) Проходит ли эта прямая через точку $C(2; -1)$?

2

- В каких точках пересекается с осями координат прямая, заданная уравнением $3x + 2y - 12 = 0$?

3

- Параллельны ли прямые, заданные уравнениями $y = 3x - 1$ и $y = 4 + 3x$?
Ответ объясните.

4

- Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку $(-2; -3)$ и параллельна оси Ox .

Вариант А2

1

- а) Составьте уравнение прямой AB , если $A(0; -6)$, $B(2; 0)$.
б) Проходит ли эта прямая через точку $C(-3; 1)$?

2

- В каких точках пересекается с осями координат прямая, заданная уравнением $2x - 5y + 20 = 0$?

3

- Параллельны ли прямые, заданные уравнениями $y = 3 - 2x$ и $y = -2x + 5$?
Ответ объясните.

4

- Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку $(-2; -3)$ и параллельна оси Oy .

Вариант Б1**1**

а) Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(2; -3)$ и $B(4; 1)$.

б) Найдите координаты точки пересечения данной прямой с осью абсцисс.

2

Найдите координаты точки пересечения прямых, заданных уравнениями

$$2x + 3y - 10 = 0 \text{ и}$$

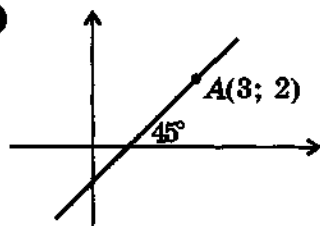
$$x - 2y + 9 = 0.$$

3

Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку $(3; 7)$ и параллельна прямой $y = 2x - 3$.

4

Даны точки $A(-2; 1)$, $B(2; 5)$, $C(4; 1)$. Для треугольника ABC составьте уравнение медианы BD .

Вариант В1**1****Вариант Б2****1**

а) Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1; -2)$ и $B(2; 10)$.

б) Найдите координаты точки пересечения данной прямой с осью ординат.

2

Найдите координаты точки пересечения прямых, заданных уравнениями

$$x + 2y - 5 = 0 \text{ и}$$

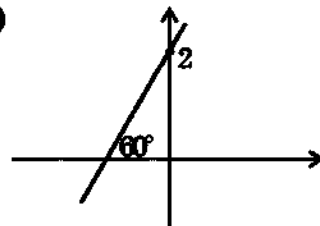
$$3x - y - 8 = 0.$$

3

Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку $(1; 1)$ и параллельна прямой $y = -3x - 2$.

4

Даны точки $A(-2; 1)$, $B(2; 5)$, $C(4; 1)$. Для треугольника ABC составьте уравнение медианы CK .

Вариант В2**1**

Составьте уравнение прямой, изображенной на рисунке.

2

Найдите координаты вершин треугольника, стороны которого лежат на прямых, заданных уравнениями $y = 0$, $x - y + 2 = 0$, $x + 2y - 4 = 0$.

3

Даны точки $A(-2; 1)$, $B(2; 5)$, $C(4; 1)$. Составьте уравнение средней линии треугольника ABC , которая параллельна стороне BC .

4

Дана окружность радиуса 5 с центром в начале координат. Некоторая прямая пересекает эту окружность в точках P и Q . Найдите координаты этих точек и длину хорды PQ , если прямая задана уравнением $x - y + 7 = 0$.

Составьте уравнение прямой, изображенной на рисунке.

2

Найдите координаты вершин треугольника, стороны которого лежат на прямых, заданных уравнениями $x = 0$, $x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 4 = 0$.

3

Даны точки $A(-2; 1)$, $B(2; 5)$, $C(4; 1)$. Составьте уравнение средней линии треугольника ABC , которая параллельна стороне AB .

4

Дана окружность радиуса 5 с центром в начале координат. Некоторая прямая пересекает эту окружность в точках P и Q . Найдите координаты этих точек и длину хорды PQ , если прямая задана уравнением $x + y - 7 = 0$.

СП-14*. ДЕКАРТОВЫ КООРДИНАТЫ (домашняя самостоятельная работа)

В а р и а н т 1

1

Найдите координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , если

$A(3; 6)$; $B(6; -2)$; $C(-6; 2)$. $A(6; 3)$; $B(9; -5)$; $C(-3; -1)$.

В а р и а н т 2

2

Найдите ГМТ, удаленных на 0,5
от окружности

$$x^2 + y^2 - x + y - 0,5 = 0.$$

$$x^2 + y^2 + x - y - 0,5 = 0.$$

3

Составьте уравнение прямой,
которая проходит через точку
пересечения прямых

$$2x - y - 4 = 0 \text{ и}$$

$$x + 3y - 2 = 0$$

$$x - 4y + 8 = 0 \text{ и}$$

$$2x + y - 2 = 0$$

и параллельна биссектрисе

первого координатного угла.

второго координатного угла.

4

Составьте уравнение окружности
с центром в точке

(2; 4), касающейся прямой
 $y = -x$.

(5; 1), касающейся прямой
 $y = x$.

5

Три вершины прямоугольника
лежат в точках

(-1; 6); (3; 6); (3; -2).

(2; -1); (2; 3); (-6; 3).

В каких точках окружность

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$$

$$(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$$

пересекает стороны прямоугольника?

КП-5. ДЕКАРТОВЫ КООРДИНАТЫ**Вариант А1****1**

Даны точки $A(1; 5)$, $B(-3; 1)$.

- Найдите координаты середины отрезка AB .
- Найдите длину отрезка AB .
- Определите, какая из данных точек принадлежит прямой $2x - y + 3 = 0$.

2

Дана окружность радиуса 5 с центром в начале координат.

- Запишите уравнение этой окружности.
- Найдите точки пересечения данной окружности с прямой $x = 3$.

3

Даны точки $M(-2; -1)$, $N(-3; 1)$, $K(0; 1)$. Найдите координаты точки P , зная, что $MNKP$ — параллелограмм.

Вариант Б1**1**

Прямая задана уравнением $3x + 2y - 12 = 0$.

- Найдите координаты точек A и B пересечения прямой с осями координат.

Вариант А2**1**

Даны точки $A(4; 8)$, $B(2; -2)$.

- Найдите координаты середины отрезка AB .
- Найдите длину отрезка AB .
- Определите, какая из данных точек принадлежит прямой $x - y + 4 = 0$.

2

Дана окружность радиуса 10 с центром в начале координат.

- Запишите уравнение этой окружности.
- Найдите точки пересечения данной окружности с прямой $y = 8$.

3

Даны точки $M(-2; -1)$, $N(-3; 1)$, $K(0; 1)$. Найдите координаты точки P , зная, что $MNPK$ — параллелограмм.

Вариант Б2**1**

Прямая задана уравнением $4x + 3y - 24 = 0$.

- Найдите координаты точек A и B пересечения прямой с осями координат.

- б) Найдите координаты середины отрезка AB .
в) Найдите длину отрезка AB .

2

Даны точки $C(3; -4)$ и $D(-3; 4)$. Известно, что CD — диаметр некоторой окружности.

- а) Найдите координаты центра окружности.
б) Найдите радиус окружности.
в) Запишите уравнение окружности.

3

Даны точки $A(0; 1)$, $B(2; 5)$, $C(4; 1)$ и $D(2; -3)$. Докажите, что

- а) $ABCD$ — параллелограмм;
б) $ABCD$ — ромб.

Вариант В 1

1

Даны точки $A(2; -1)$ и $B(0; 7)$.

- а) Найдите расстояние между точками A и B .
б) Запишите уравнение прямой AB .
в) Составьте уравнение прямой, которая проходит через середину AB и параллельна прямой $y = 2x + 5$.

- б) Найдите координаты середины отрезка AB .
в) Найдите длину отрезка AB .

2

Даны точки $C(4; 3)$ и $D(-4; -3)$. Известно, что CD — диаметр некоторой окружности.

- а) Найдите координаты центра окружности.
б) Найдите радиус окружности.
в) Запишите уравнение окружности.

3

Даны точки $A(1; 5)$, $B(-2; 2)$, $C(0; 0)$ и $D(3; 3)$. Докажите, что

- а) $ABCD$ — параллелограмм;
б) $ABCD$ — прямоугольник.

Вариант В 2

1

Даны точки $A(-2; 0)$ и $B(4; 6)$.

- а) Найдите расстояние между точками A и B .
б) Запишите уравнение прямой AB .
в) Составьте уравнение прямой, которая проходит через середину AB и параллельна прямой $y = 2x + 5$.

2

Прямые $y = x + 4$ и $y = -2x - 5$ пересекаются в точке O .

- а) Найдите координаты точки O .
- б) Запишите уравнение окружности с центром в точке O , которая проходит через точку $A(1; -2)$.
- в) Найдите точки пересечения этой окружности с осью Oy .

3

Даны точки $A(1; 6)$, $B(-2; 3)$ и $C(0; 1)$.

- а) Докажите, что треугольник ABC — прямоугольный.
- б) Найдите точку D такую, что $ABCD$ — прямоугольник.

2

Прямые $y = x + 4$ и $y = -2x + 1$ пересекаются в точке O .

- а) Найдите координаты точки O .
- б) Запишите уравнение окружности с центром в точке O , которая проходит через точку $B(2; -1)$.
- в) Найдите точки пересечения этой окружности с осью Ox .

3

Даны точки $A(-1; 1)$, $B(1; 5)$ и $C(3; 1)$.

- а) Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.
- б) Найдите точку D такую, что $ABCD$ — ромб.

Движение

СП-15. ДВИЖЕНИЕ И ЕГО СВОЙСТВА. ЦЕНТРАЛЬНАЯ И ОСЕВАЯ СИММЕТРИИ. ПОВОРОТ

Вариант А1

①

Дана точка $A(2; -3)$.

- а) Постройте точку B , симметричную точке A относительно начала координат.
- б) Постройте точку C , симметричную точке A относительно оси Ox .
- в) Укажите координаты точек B и C .

②

Сколько осей симметрии имеет равносторонний треугольник? Ответ подтвердите чертежом.

③

Дан отрезок AB . Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 60° по часовой стрелке относительно точки A .

Вариант Б1

①

Даны точки $A(-3; 1)$, $B(1; 5)$ и $C(1; 1)$.

Вариант А2

①

Дана точка $A(-1; 4)$.

- а) Постройте точку B , симметричную точке A относительно начала координат.
- б) Постройте точку C , симметричную точке A относительно оси Oy .
- в) Укажите координаты точек B и C .

②

Сколько осей симметрии имеет квадрат? Ответ подтвердите чертежом.

③

Дан отрезок AB . Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 90° против часовой стрелки относительно точки B .

Вариант Б2

①

Даны точки $A(-1; -1)$, $B(2; 2)$ и $C(2; -1)$.

- а) Постройте отрезок $A'B'$, симметричный отрезку AB относительно точки C .
- б) Постройте точку C' , симметричную точке C относительно прямой AB .
- в) Укажите координаты точек A' , B' и C' .

2

Сколько осей симметрии имеет ромб, не являющийся квадратом? Ответ проиллюстрируйте чертежом.

3

Дан квадрат $ABCD$. Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 90° по часовой стрелке относительно точки C .

Вариант В 1

1

Дана точка $A(1; 1)$ и прямая a , заданная уравнением $y = x + 2$.

- а) Постройте точку A' , в которую переходит точка A при симметрии относительно прямой a . Укажите координаты точки A' .
- б) Постройте прямую a' , в которую переходит прямая a при симметрии относительно точки A . Запишите уравнение прямой a' .

- а) Постройте отрезок $A'B'$, симметричный отрезку AB относительно точки C .
- б) Постройте точку C' , симметричную точке C относительно прямой AB .
- в) Укажите координаты точек A' , B' и C' .

2

Сколько осей симметрии имеет прямоугольник, не являющийся квадратом? Ответ проиллюстрируйте чертежом.

3

Дан квадрат $ABCD$. Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 90° против часовой стрелки относительно точки A .

Вариант В 2

1

Дана точка $A(1; 2)$ и прямая a , заданная уравнением $y = -x + 1$.

- а) Постройте точку A' , в которую переходит точка A при симметрии относительно прямой a . Укажите координаты точки A' .
- б) Постройте прямую a' , в которую переходит прямая a при симметрии относительно точки A . Запишите уравнение прямой a' .

2

Дан равносторонний треугольник ABC . Постройте фигуру, в которую он переходит при симметрии относительно прямой BC . Можно ли получить ту же фигуру с помощью центральной симметрии? Если да, укажите центр симметрии.

3

Дан квадрат $ABCD$. Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 90° по часовой стрелке относительно середины стороны BC .

2

Дан равносторонний треугольник ABC . Постройте фигуру, в которую он переходит при симметрии относительно точки B . Можно ли получить ту же фигуру с помощью осевой симметрии? Если да, укажите ось симметрии.

3

Дан квадрат $ABCD$. Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 90° против часовой стрелки относительно середины стороны AD .

СП-16. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

Вариант А 1

1

Параллельный перенос задан формулами
$$\begin{cases} x' = x + 3, \\ y' = y - 1. \end{cases}$$

- а) В какую точку при таком переносе переходит точка $A(2; 0)$?
- б) Какая точка при таком переносе переходит в точку $B'(1; -1)$?

Вариант А 2

1

Параллельный перенос задан формулами
$$\begin{cases} x' = x - 2, \\ y' = y + 4. \end{cases}$$

- а) В какую точку при таком переносе переходит точка $A(2; 0)$?
- б) Какая точка при таком переносе переходит в точку $B'(1; -1)$?

②

Даны точки $A(0; 1)$, $B(3; -2)$, $C(-2; 1)$ и $D(1; -2)$.

- а) Существует ли параллельный перенос, при котором точка A переходит в точку B , а точка C — в точку D ?
- б) Если такой перенос существует, задайте его формулами.

Вариант Б 1

①

При параллельном переносе точка $A(-1; 1)$ перешла в точку $A'(0; 3)$.

- а) Задайте этот параллельный перенос формулами.
- б) В какую точку при таком переносе переходит начало координат?
- в) Какая точка при таком переносе переходит в точку $B'(2; -2)$?

②

Дан параллелограмм $ABCD$. Известно, что при параллельном переносе точка A перешла в точку B . В какую точку при таком переносе переходит точка D ? Ответ объясните.

②

Даны точки $A(0; 1)$, $B(3; -2)$, $C(-2; 1)$ и $D(1; -2)$.

- а) Существует ли параллельный перенос, при котором точка A переходит в точку C , а точка B — в точку D ?
- б) Если такой перенос существует, задайте его формулами.

Вариант Б 2

①

При параллельном переносе точка $A(-1; 1)$ перешла в точку $A'(2; 0)$.

- а) Задайте этот параллельный перенос формулами.
- б) В какую точку при таком переносе переходит начало координат?
- в) Какая точка при таком переносе переходит в точку $B'(2; -2)$?

②

Дан параллелограмм $ABCD$. Известно, что при параллельном переносе точка B перешла в точку C . В какую точку при таком переносе переходит точка A ? Ответ объясните.

Вариант В1**1**

Концы диаметра окружности находятся на точках $A(-5; -4)$ и $B(3; 2)$. При параллельном переносе центр окружности переместился в точку $O'(1; 2)$.

- а) Задайте этот перенос формулами.
- б) Запишите уравнение окружности, полученной после переноса.

2

Параллельный перенос задан

формулами
$$\begin{cases} x' = x - 2, \\ y' = y + 3. \end{cases}$$

Какими формулами задается преобразование, обратное данному?

Вариант В2**1**

При параллельном переносе концы диаметра окружности с центром в начале координат перешли в точки $A'(4; -5)$ и $B'(-2; 3)$.

- а) Задайте этот перенос формулами.
- б) Запишите уравнение окружности, полученной после переноса.

2

Параллельный перенос задан

формулами
$$\begin{cases} x' = x - 2, \\ y' = y + 3. \end{cases}$$

Какими формулами задается преобразование, полученное в результате последовательного выполнения такого переноса дважды?

Векторы

СП-17. ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА. РАВЕНСТВО ВЕКТОРОВ

Вариант А1

①

Даны точки $A(-1; 3)$, $B(3; 6)$.

а) Найдите координаты вектора $\overline{AB}$.

б) Найдите абсолютную величину вектора $\overline{AB}$.

②

Начертите параллелограмм $ABCD$. Укажите на чертеже вектор, равный вектору $\overline{AB}$, и вектор, равный вектору $\overline{DA}$.

③

Дан вектор $\vec{a}(3; 2)$. Известно, что $\vec{a} = \overline{KM}$. Найдите координаты точки M , если $K(1; -1)$.

Вариант Б1

①

Даны точки $A(-2; 4)$, $B(-2; 1)$ и $C(2; 1)$.

а) Найдите вектор $\overline{AB}$.

б) Найдите абсолютную величину вектора $\overline{AC}$.

Вариант А2

①

Даны точки $A(2; -3)$, $B(-1; 1)$.

а) Найдите координаты вектора $\overline{AB}$.

б) Найдите абсолютную величину вектора $\overline{AB}$.

②

Начертите параллелограмм $ABCD$. Укажите на чертеже вектор, равный вектору $\overline{CD}$, и вектор, равный вектору $\overline{BC}$.

③

Дан вектор $\vec{a}(3; 2)$. Известно, что $\vec{a} = \overline{KM}$. Найдите координаты точки K , если $M(5; -2)$.

Вариант Б2

①

Даны точки $A(1; 3)$, $B(1; -1)$ и $C(-2; -1)$.

а) Найдите вектор $\overline{AB}$.

б) Найдите абсолютную величину вектора $\overline{AC}$.

- в) Найдите координаты точки D , для которой верно равенство $\overline{AB} = \overline{CD}$.

2

Дан прямоугольник $ABCD$. Выберите среди данных равенств верные:

- а) $\overline{AB} = \overline{CD}$; б) $\overline{DA} = \overline{CB}$;
в) $\overline{AC} = \overline{BD}$; г) $|\overline{CA}| = |\overline{BD}|$.

3

Дан вектор $\vec{a}$, абсолютная величина которого равна $\sqrt{5}$. Известно, что $\vec{a}(1; p)$. Найдите p .

Вариант В1

1

Даны точки $A(-4; 7)$, $B(2; -1)$.

- а) Найдите координаты точки O , для которой верно равенство $\overline{AO} = \overline{OB}$.
б) Найдите координаты и абсолютную величину вектора $\overline{AO}$.

2

O — точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$. Среди данных утверждений выберите верные:

- в) Найдите координаты точки D , для которой верно равенство $\overline{AC} = \overline{BD}$.

2

Дан прямоугольник $ABCD$. Выберите среди данных равенств верные:

- а) $\overline{BC} = \overline{AD}$; б) $\overline{DC} = \overline{BA}$;
в) $\overline{DB} = \overline{CA}$; г) $|\overline{AC}| = |\overline{DB}|$.

3

Дан вектор $\vec{a}$, абсолютная величина которого равна $\sqrt{5}$. Известно, что $\vec{a}(k; -2)$. Найдите k .

Вариант В2

1

Даны точки $A(3; -5)$, $B(-5; 1)$.

- а) Найдите координаты точки O , для которой верно равенство $\overline{BO} = \overline{OA}$.
б) Найдите координаты и абсолютную величину вектора $\overline{BO}$.

2

O — точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$. Среди данных утверждений выберите верные:

- а) $\overline{AB} < \overline{AC}$; б) $\overline{BO} = \overline{OD}$;
 в) $\overline{DO} = \overline{AO}$; г) $|\overline{CA}| > |\overline{CB}|$.

③

Дан вектор $\vec{a}(-3; 2)$. Отложите вектор, равный $\vec{a}$, от точки $K(-3; 2)$.

- а) $\overline{BO} = \overline{CO}$; б) $\overline{CA} > \overline{CD}$;
 в) $\overline{AO} = \overline{OC}$; г) $|\overline{BA}| < |\overline{BD}|$.

③

Дан вектор $\vec{a}(-3; 2)$. Отложите вектор, равный $\vec{a}$, от точки $M(3; -2)$.

СП-18. ДЕЙСТВИЯ С ВЕКТОРАМИ В КООРДИНАТНОЙ ФОРМЕ. КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРЫ

Вариант А1

①

Даны векторы $\vec{a}(4; 0)$ и $\vec{b}(1; -2)$.

а) Найдите координаты и абсолютную величину вектора $\vec{c}$, если

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}.$$

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}.$$

б) Найдите координаты и абсолютную величину вектора $\vec{d}$, если

$$\vec{d} = -3\vec{a}.$$

$$\vec{d} = 2\vec{a}.$$

в) Будут ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{d}$, сонаправлены? Ответ объясните.

②

Даны векторы

$$\vec{m}(1; -1) \text{ и } \vec{n}(x; 4).$$

$$\vec{m}(2; x) \text{ и } \vec{n}(4; -2).$$

При каком значении x данные векторы будут коллинеарны?

Вариант А2

Вариант Б 1**①**Даны векторы $\vec{a}$ (6; -8) и $\vec{b}$ (2; -3).а) Найдите вектор $\vec{c}$ если

$$\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}.$$

$$\vec{c} = 4\vec{b} - 2\vec{a}.$$

б) Найдите число λ , если

$$|\lambda\vec{a}| = 20.$$

$$|\lambda\vec{a}| = 5.$$

в) Какие координаты будет иметь вектор $\vec{d}$, если известно, что $\vec{d}$ противоположно направлен с $\vec{b}$ и $|\vec{d}| = 2|\vec{b}|$? $\vec{d}$ противоположно направлен с $\vec{a}$ и $|\vec{d}| = \frac{1}{2}|\vec{a}|$?**②**Даны точки $A(-1; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(2; -1)$ и $D(0; m)$. Найдите значение m , при которомвекторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны.векторы $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{DC}$ коллинеарны.**Вариант В 1****①**Даны точки $A(1; 3)$, $B(0; 1)$ и $C(-2; -3)$.а) Найдите вектор $\vec{a}$, если

$$\vec{a} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}.$$

$$\vec{a} = -\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC}.$$

Вариант В 2

б) Найдите координаты точки M , для которой верно равенство

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}.$$

$$\overrightarrow{BM} = -3\overrightarrow{BA}.$$

в) Используя понятие коллинеарности, докажите, что

точки A , B и C лежат на одной прямой.

точка B лежит на отрезке AC .



Дан вектор $\vec{b}(-1; 2)$. Найдите координаты вектора $\vec{a}$, если известно, что

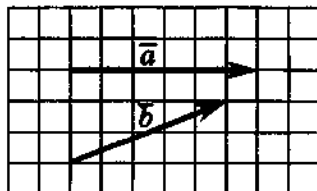
$|\vec{a}| = \sqrt{20}$ и $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены.

$|\vec{a}| = \sqrt{45}$ и $\vec{a}$ и $\vec{b}$ противоположно направлены.

СП-19. ДЕЙСТВИЯ С ВЕКТОРАМИ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Вариант А1

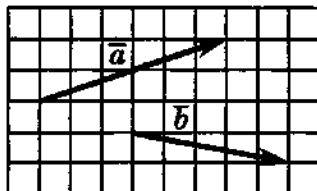
1



Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
Постройте векторы:
 $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $-0,5\vec{a}$.

Вариант А2

1



Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
Постройте векторы:
 $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} - \vec{a}$, $2\vec{b}$.

2



Дан параллелограмм $ABCD$.

Постройте векторы:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}, \quad \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}, \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

2

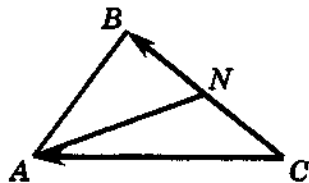


Дан параллелограмм $ABCD$.

Постройте векторы:

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}, \quad \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}, \\ \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}.$$

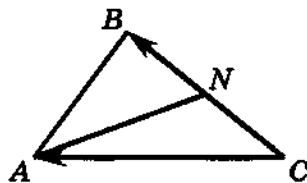
3



В треугольнике ABC точка N — середина BC , $\overrightarrow{CB} = \vec{a}$.

$\overrightarrow{CA} = \vec{b}$. Выразите через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{NA}$.

3

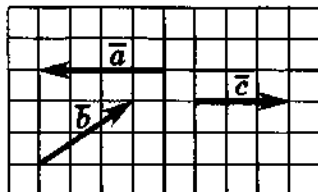


В треугольнике ABC точка N — середина BC , $\overrightarrow{CB} = \vec{a}$,

$\overrightarrow{CA} = \vec{b}$. Выразите через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{AN}$.

Вариант Б1

1



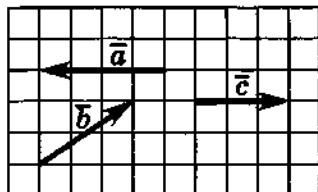
Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Постройте векторы:

$$\vec{a} + \vec{c}, \quad \vec{a} - \vec{b}, \quad \vec{b} + 2\vec{c}.$$

Вариант Б2

1

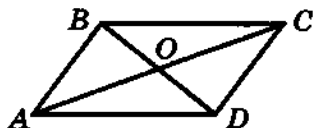


Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Постройте векторы:

$$\vec{a} - \vec{c}, \quad \vec{b} - \vec{c}, \quad 0,5\vec{a} + \vec{b}.$$

2

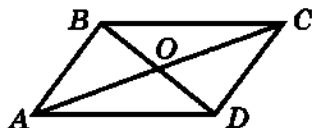


O — точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$.

Постройте векторы:

$$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}, \quad \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{DO}, \\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}.$$

2

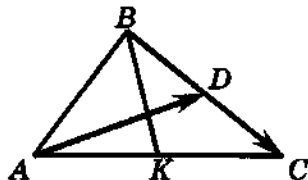


O — точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$.

Постройте векторы:

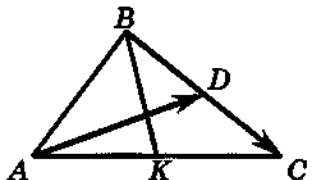
$$\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}, \quad 2\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DA}, \\ \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA}.$$

3



AD и BK — медианы треугольника ABC . Выразите через $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ и $\vec{m} = \overrightarrow{AD}$ векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AK}$.

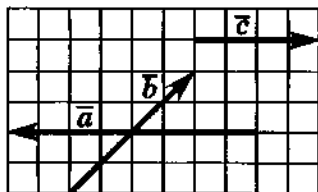
3



AD и BK — медианы треугольника ABC . Выразите через $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ и $\vec{m} = \overrightarrow{AD}$ векторы $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{KC}$.

Вариант В1

1



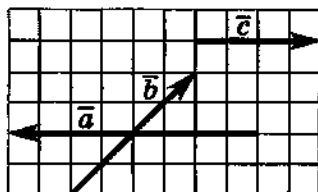
Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Постройте векторы:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \quad \vec{a} + 2\vec{c}, \quad 0,5\vec{b} - 2\vec{c}.$$

Вариант В2

1

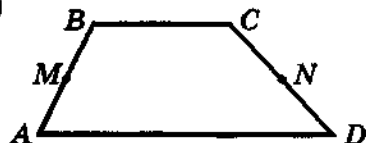


Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Постройте векторы:

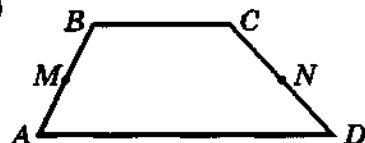
$$\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}, \quad \vec{c} + 0,5\vec{a}, \quad 2\vec{b} - 0,5\vec{a}.$$

②



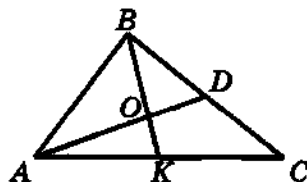
Дана трапеция $ABCD$. Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Постройте векторы:
 $2\overline{AM} + \overline{BC}$, $\frac{1}{2}(\overline{MD} - \overline{MC})$,
 $\frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$.

②



Дана трапеция $ABCD$. Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Постройте векторы:
 $\overline{AD} + 2\overline{DN}$, $\frac{1}{2}(\overline{NB} - \overline{NA})$,
 $\frac{1}{2}(\overline{DA} + \overline{CB})$.

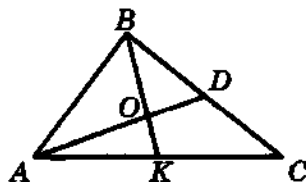
③



AD и BK — медианы треугольника ABC . O — точка их пересечения. Выразите:

- а) $\overline{BK}$ через $\overline{BC}$ и $\overline{AD}$;
 б) $\overline{KO}$ через $\overline{BA}$ и $\overline{BC}$.

③



AD и BK — медианы треугольника ABC . O — точка их пересечения. Выразите:

- а) $\overline{AD}$ через $\overline{AC}$ и $\overline{BK}$;
 б) $\overline{DO}$ через $\overline{AC}$ и $\overline{AB}$.

СП-20. СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

Вариант А1

①

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

а) $\vec{a}(1; -3)$, $\vec{b}(-4; -2)$;

а) $\vec{a}(-2; 2)$, $\vec{b}(-3; -1)$;

Вариант А2

$$б) |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{6}. \quad б) |\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 6, \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{3}.$$

2

Докажите, что векторы $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$ перпендикулярны, если

$$A(0; 1), B(2; -1), C(4; 1).$$

$$A(0; 1), B(2; 3), C(-1; 6).$$

3

Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

$$\vec{a}(-1; 0), \vec{b}(-3; 4).$$

$$\vec{a}(-4; 3), \vec{b}(0; 1).$$

Вариант Б1

1

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

$$\vec{a}(\sqrt{3}; -1) \quad |\vec{b}| = 2, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ. \quad |\vec{a}| = 1, \vec{b}(\sqrt{2}; -1) \quad \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ.$$

2

Найдите значение m , при котором векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, если

$$\vec{a}(m; -8), \vec{b}(4; 3).$$

$$\vec{a}(-2; 1), \vec{b}(9; m).$$

3

Найдите $\angle BAC$, если

$$A(1; 4), B(-2; 1), C(1; -3).$$

Докажите, что $\angle ABC$ тупой.

$$A(2; 3), B(-1; 3), C(-2; -1).$$

Докажите, что $\angle BCA$ острый.

Вариант В 1**①**

Дан квадрат $ABCD$ со стороной 1
Найдите скалярное произведение
векторов

$$\overrightarrow{AC} \text{ и } \overrightarrow{AD}.$$

$$\overrightarrow{BA} \text{ и } \overrightarrow{BD}.$$

②

Даны векторы $\vec{a}(1; 4)$ и $\vec{b}(-3; 2)$.

Найдите значение λ , при котором
вектор $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ перпендикулярен

вектору $\vec{b}$.

вектору $\vec{a}$.

③

Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Известно, что

$$|\vec{a}| = 7, |\vec{b}| = 8, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ.$$

$$|\vec{a}| = 8, |\vec{b}| = 7, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ.$$

Найдите абсолютную величину

вектора $\vec{a} + \vec{b}$.

вектора $\vec{a} - \vec{b}$.

④

Найдите угол между единичными
векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если известно,
что

векторы $\vec{a} - 3\vec{b}$ и $\vec{a} - 0,2\vec{b}$
перпендикулярны.

векторы $0,4\vec{a} - 2\vec{b}$ и $3\vec{a} - \vec{b}$
перпендикулярны.

**СП-21*. ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО
ПЕРЕНОСА И ВЕКТОРОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ**
(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

①

Выполнен параллельный перенос:

а) параболы $y = x^2$, в результате чего точка $A(1; 1)$ переместилась в точку A_1 . Составьте уравнение параболы, полученной в результате переноса, если

$$A_1(3; 0).$$

$$A_1(-1; 0).$$

б) гиперболы $y = \frac{6}{x}$, в результате чего точка $A(2; 3)$ переместилась в точку A_1 . Составьте уравнение гиперболы, полученной в результате переноса, если

$$A_1(0; 4).$$

$$A_1(4; 4).$$

②

Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Докажите, что

$$\overrightarrow{MA_1} + \overrightarrow{MB_1} + \overrightarrow{MC_1} = \vec{0}.$$

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}.$$

③

Докажите, что для прямоугольника $ABCD$ выполняется равенство $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}$, если точка M находится

внутри прямоугольника.

вне прямоугольника.

④

Отрезок с концами в точках $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ делится точкой $C(x; y)$ в отношении $AC : CB = m : n$.

Докажите, что

$$x = \frac{nx_1 + mx_2}{m + n}.$$

$$y = \frac{ny_1 + my_2}{m + n}.$$

⑤

Докажите, что в произвольном четырехугольнике $ABCD$

$$\overline{AB} \cdot \overline{DC} + \overline{BC} \cdot \overline{DA} + \overline{CA} \cdot \overline{DB} = 0. \quad AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2, \\ \text{если } AC \perp BD.$$

КП-6. ВЕКТОРЫ

Вариант А 1

①

Даны точки

$A(-1; 4)$, $B(3; 1)$, $C(3; 4)$.

а) Найдите координаты и абсолютную величину

вектора $\overline{AB}$.

Вариант А 2

$A(2; -1)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -1)$.

вектора $\overline{BC}$.

б) Найдите вектор, равный

$$\overline{CA} + \overline{AB}.$$

$$\overline{BC} + \overline{CA}.$$

в) Найдите угол между векторами

$$\overline{CA} \text{ и } \overline{CB}.$$

$$\overline{AC} \text{ и } \overline{AB}.$$

②

Даны векторы

$$\vec{a}(2; 6) \text{ и } \vec{b}(2; 1).$$

$$\vec{a}(-1; 2) \text{ и } \vec{b}(0; 5).$$

а) Найдите вектор

$$\vec{c} = \vec{a} - 4\vec{b}.$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}.$$

б) Докажите, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ перпендикулярны.в) Постройте вектор с началом в точке $(0; 0)$, равный вектору $\vec{c}$.

③

Точка O — точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$. Выразите через векторы $\overline{AB} = \vec{a}$ и $\overline{AD} = \vec{b}$

векторы $\overline{DB}$ и $\overline{AO}$.векторы $\overline{BD}$ и $\overline{OC}$.Вариант Б 1Вариант Б 2

①

Даны точки

$$A(2; 1), B(1; 1), C(2; -1).$$

$$A(-1; 2), B(1; 2), C(-1; 0).$$

а) Найдите координаты и абсолютную величину

$$\text{вектора } -2\overline{AB}.$$

$$\text{вектора } 3\overline{AC}.$$

б) Найдите вектор, равный

$$\overline{BA} - \overline{BC}.$$

$$\overline{CB} - \overline{CA}.$$

в) Найдите $\angle CAB$.

②

Даны векторы $\vec{a}(2; 0)$, $\vec{b}(1; 2)$, $\vec{c}(-3; m)$.а) Найдите значение m , при котором

векторы $\vec{b}$ и $\vec{a} - 2\vec{c}$ перпендикулярны.

векторы $\vec{b}$ и $\vec{a} + 2\vec{c}$ перпендикулярны.

б) Найдите значение m , при котором

векторы $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{c}$ коллинеарны.

векторы $\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{c}$ коллинеарны.

в) Будут ли эти коллинеарные векторы сонаправлены? Ответ объясните.

3

В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны CD , точка K — середина стороны BC . Выразите через векторы $\vec{AB} = \vec{a}$ и $\vec{AD} = \vec{b}$

векторы $\vec{MB}$ и $\vec{KM}$.

векторы $\vec{KD}$ и $\vec{MK}$.

Вариант В1

Вариант В2

1

Даны точки $A(3; 8)$, $B(-7; 5)$, $C(n; 11)$.

а) Найдите значение n , при котором

векторы $\vec{BA}$ и $\vec{BC}$ перпендикулярны.

векторы $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$ перпендикулярны.

б) Найдите значение n , при котором

векторы $\vec{BA}$ и $\vec{BC}$ коллинеарны.

векторы $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$ коллинеарны.

в) В случае коллинеарности векторов определите аналитически, какая из точек A , B и C лежит между двумя другими.

②

Сумма и разность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ имеют координаты соответственно

(2; 1) и (-4; 3).

(5; 10) и (3; -4).

а) Найдите координаты векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

б) Разложите по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$

вектор $\vec{c}$ (10; -5).

вектор $\vec{c}$ (-2; 11).

в) Найдите угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

③

В параллелограмме $ABCD$ на стороне BC отмечена точка K так, что $BK:KC = 1:2$.

Разложите по векторам

$\vec{AC} = \vec{a}$ и $\vec{DB} = \vec{b}$

векторы $\vec{BA}$ и $\vec{AK}$.

векторы $\vec{DC}$ и $\vec{KD}$.

КП-7. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант А1

①

Диагонали ромба равны 10 см и 24 см. Найдите периметр ромба.

Вариант А2

①

Периметр ромба равен 40 см, а одна из его диагоналей — 12 см. Найдите вторую диагональ ромба.

2

Боковые стороны прямоугольной трапеции равны 5 см и 13 см, а меньшее основание — 7 см. Найдите среднюю линию трапеции.

3

Даны три вершины параллелограмма $ABCD$: $A(1; 3)$, $B(2; 0)$, $C(-1; -3)$. Найдите координаты вершины D .

Вариант Б1

1

Разность диагоналей ромба равна 10 см, а его периметр — 100 см. Найдите диагонали ромба.

2

Боковые стороны прямоугольной трапеции относятся как 4:5, а одно из оснований на 9 см больше другого. Большая диагональ трапеции равна 20 см. Найдите среднюю линию трапеции.

3

Даны точки $A(1; 1)$, $B(2; 3)$, $C(0; 4)$, $D(-1; 2)$. Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник.

2

Дана равнобокая трапеция с меньшим основанием 10 см, диагональю 20 см и высотой 12 см. Найдите среднюю линию трапеции.

3

Даны три вершины параллелограмма $ABCD$: $B(-1; 1)$, $C(2; 3)$, $D(1; -1)$. Найдите координаты вершины A .

Вариант Б2

1

Сумма диагоналей ромба равна 70 см, а его периметр — 100 см. Найдите диагонали ромба.

2

Боковые стороны прямоугольной трапеции относятся как 4:5, а одно из оснований на 9 см больше другого. Меньшая диагональ трапеции равна 20 см. Найдите среднюю линию трапеции.

3

Даны точки $A(-3; 0)$, $B(0; 3)$, $C(2; 1)$, $D(-1; -2)$. Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник.

Вариант В1**1**

Сумма диагоналей ромба равна 70 см, а сторона — 25 см. Найдите высоту ромба.

2

Диагональ равнобокой трапеции является биссектрисой острого угла и делит среднюю линию на отрезки 13 см и 23 см. Найдите высоту трапеции.

3

Даны точки $A(1; -1)$, $B(-1; 1)$, $C(1; 3)$, $D(3; 1)$. Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

Вариант В2**1**

Разность диагоналей ромба равна 10 см, а сторона — 25 см. Найдите высоту ромба.

2

Диагональ равнобокой трапеции является биссектрисой тупого угла и делит среднюю линию на отрезки 3 см и 13 см. Найдите высоту трапеции.

3

Даны точки $A(-1; -1)$, $B(-4; 2)$, $C(-1; 5)$, $D(2; 2)$. Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

ГЕОМЕТРИЯ

(по учебнику Атанасяна)

Четырехугольники

СА-1. СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Вариант А1

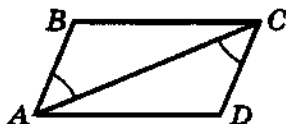
①

Периметр параллелограмма равен 46 см. Найдите стороны параллелограмма, если сумма трех его сторон равна 42 см.

②

Сумма двух углов параллелограмма равна 84° . Найдите углы параллелограмма.

③



Дано: $BC \parallel AD$;
 $\angle BAC = \angle DCA$.

Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.

Вариант А2

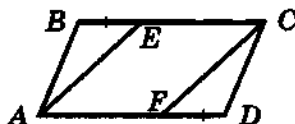
①

Периметр параллелограмма равен 56 см. Найдите стороны параллелограмма, если сумма двух его сторон равна 20 см.

②

Сумма трех углов параллелограмма равна 254° . Найдите углы параллелограмма.

③



Дано: $ABCD$ — параллелограмм;
 $BE = DF$.

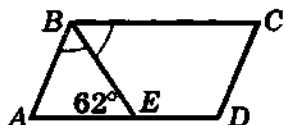
Доказать: $AECF$ — параллелограмм.

Вариант Б1

①

В параллелограмме $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей. $BD = 12$ см, $AD = 8$ см, $AO = 7$ см. Найдите периметр треугольника BOC .

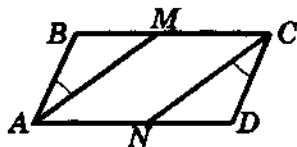
②



Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 BE — биссектриса угла ABC ;
 $\angle AEB = 62^\circ$.

Найти: углы параллелограмма.

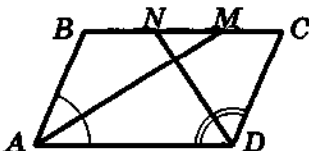
③



Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 $\angle BAM = \angle DCN$.
 Доказать: $AMCN$ — параллелограмм.

Вариант В1

①



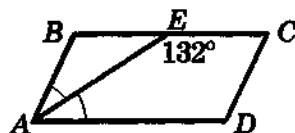
Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 AM и DN — биссектрисы углов BAD и ADC ;

Вариант Б2

①

В параллелограмме $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей. $CD = 15$ см, $AC = 24$ см, $DO = 9$ см. Найдите периметр треугольника AOB .

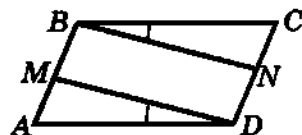
②



Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 AE — биссектриса угла BAD ;
 $\angle AEC = 132^\circ$.

Найти: углы параллелограмма.

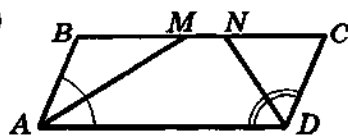
③



Дано:
 $MBND$ — параллелограмм;
 $\angle ADM = \angle CBN$.
 Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.

Вариант В2

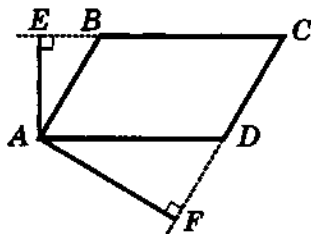
①



Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 AM и DN — биссектрисы углов BAD и ADC ;

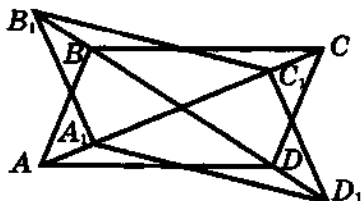
$AB = 6$ см; $P_{ABCD} = 28$ см.
Найти: MN .

2



Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 $AE \perp BC$; $AF \perp CD$;
 $\angle EAF$ больше $\angle BAD$ в 8 раз.
Найти: углы параллелограмма.

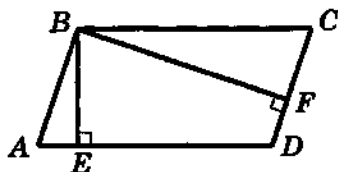
3



Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 $AA_1 = CC_1$; $BB_1 = DD_1$.
Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — параллелограмм.

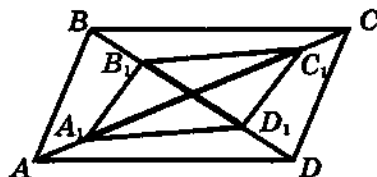
$MN = 8$ см; $P_{ABCD} = 46$ см.
Найти: стороны параллелограмма.

2



Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 $BE \perp AD$; $BF \perp CD$;
 $\angle EBF$ меньше $\angle ABC$ на 100° .
Найти: углы параллелограмма.

3

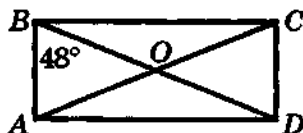


Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 $AA_1 = CC_1$; $BB_1 = DD_1$.
Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — параллелограмм.

СА-2. ПРЯМОУГОЛЬНИК. РОМБ. КВАДРАТ

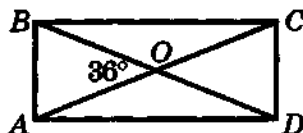
Вариант А1

1



Вариант А2

1



Дано:

$ABCD$ — прямоугольник;

$\angle ABD = 48^\circ$.

Найти: $\angle COD$, $\angle CAD$.

②

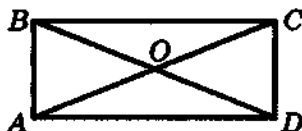
Угол ромба равен 32° .
Найдите углы, которые образует его сторона с диагоналями.

③

Докажите, что если диагонали прямоугольника перпендикулярны, то он является квадратом.

Вариант Б1

①



Дано:

$ABCD$ — прямоугольник;

$\angle ABD$ больше $\angle CBD$ на 20° .

Найти: углы треугольника AOD .

②

Из вершины тупого угла ромба проведен перпендикуляр к его стороне, делящий эту сторону пополам. Найдите углы ромба.

Дано:

$ABCD$ — прямоугольник;

$\angle AOB = 36^\circ$.

Найти: $\angle CAD$, $\angle BDC$.

②

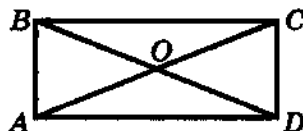
В ромбе угол между диагональю и стороной равен 25° .
Найдите углы ромба.

③

Докажите, что если диагонали ромба равны, то он является квадратом.

Вариант Б2

①



Дано:

$ABCD$ — прямоугольник;

$\angle ADB : \angle CDB = 4:5$.

Найти: углы треугольника AOB .

②

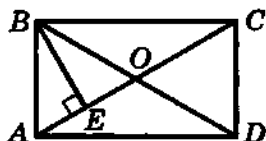
Сторона ромба в два раза больше перпендикуляра, проведенного к ней из вершины тупого угла. Найдите углы ромба.

3

Докажите, что ромб является квадратом, если его сторона образует с диагоналями равные углы.

Вариант В1

1



Дано: $ABCD$ — прямоугольник;
 $BE \perp AC$; $AB = 12$ см;
 $AE : EC = 1 : 3$.

Найти: диагонали прямоугольника.

2

Из вершины тупого угла ромба проведен перпендикуляр к стороне. Этот перпендикуляр пересекает диагональ ромба под углом 60° . Найдите длину этой диагонали, если длина перпендикуляра равна 6 см.

3

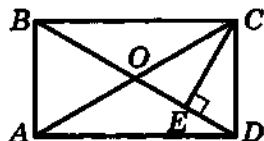
Докажите, что середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба.

3

Докажите, что параллелограмм является ромбом, если его сторона образует с диагоналями углы, сумма которых равна 90° .

Вариант В2

1



Дано: $ABCD$ — прямоугольник;
 $CE \perp BD$; $CD = 10$ см;
 $DE : OC = 1 : 2$.

Найти: диагонали прямоугольника.

2

Из вершины тупого угла ромба проведен перпендикуляр к стороне. Под каким углом пересекает этот перпендикуляр большую диагональ, если длина перпендикуляра — 5 см, а длина этой диагонали — 10 см?

3

Докажите, что середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника.

СА-3*. ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

①

Биссектриса одного из углов делит параллелограмм на две части, разность периметров которых равна 10 см. Найдите периметр параллелограмма, если

одна из сторон в 3,5 раза больше другой.

②

Постройте параллелограмм

по его высоте и двум диагоналям.

③

Серединный перпендикуляр, проведенный к диагонали прямоугольника, делит его сторону на части, одна из которых

вдвое меньше другой. Определите углы, на которые диагональ делит угол прямоугольника.

④

Два противоположных угла трапеции относятся как 1:2, а два других — как

4:5.

Найдите углы трапеции.

Вариант 2

стороны параллелограмма относятся как 4:9.

по его диагонали и двум высотам.

равна меньшей стороне прямоугольника. Найдите угол между диагоналями прямоугольника.

7:8.

5

Докажите, что биссектрисы углов прямоугольника с неравными сторонами при пересечении образуют квадрат.

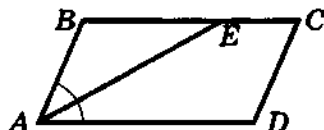
5

На сторонах параллелограмма вне него построены квадраты. Докажите, что точки пересечения их диагоналей являются вершинами квадрата.

КА-1. ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

Вариант А1

1



Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 AE — биссектриса $\angle BAD$;
 $AB = 7$ см;
 $EC = 3$ см.

Найти: периметр параллелограмма.

2

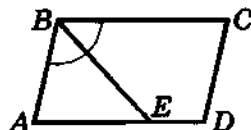
Докажите, что ромб, у которого угол между диагональю и стороной равен 45° , является квадратом.

3

Постройте ромб по диагонали и стороне.

Вариант А2

1



Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 BE — биссектриса $\angle ABC$;
 $AE = 8$ см;
 $ED = 2$ см.

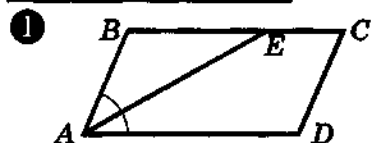
Найти: периметр параллелограмма.

2

Докажите, что параллелограмм, у которого две смежные стороны равны, является ромбом.

3

Постройте прямоугольник по стороне и углу между этой стороной и диагональю.

Вариант Б1

Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 AE — биссектриса $\angle BAD$;
 $P_{ABCD} = 56$ см;
 $BE : EC = 3 : 1$.

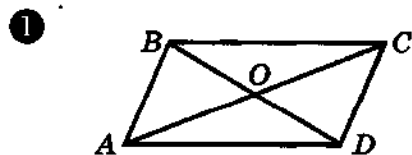
Найти: стороны параллелограмма.

②

Докажите, что четырехугольник, у которого две стороны параллельны и углы, прилежащие к одной из этих сторон, прямые, является прямоугольником.

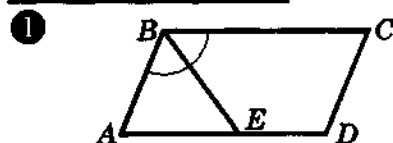
③

Постройте параллелограмм по диагоналям и углу между диагоналями.

Вариант В1

Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 $AD = 11$ см; $CD = 4$ см.
 $P_{BOC} = 26$ см.

Найти: P_{AOB} .

Вариант Б2

Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 BE — биссектриса $\angle ABC$;
 $P_{ABCD} = 48$ см;
 AE больше ED на 3 см.

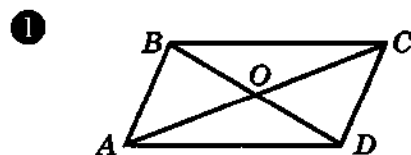
Найти: стороны параллелограмма.

②

Докажите, что четырехугольник, у которого все стороны равны, является ромбом.

③

Постройте параллелограмм по стороне и двум диагоналям.

Вариант В2

Дано:
 $ABCD$ — параллелограмм;
 $P_{AOB} = 21$ см; $P_{BOC} = 24$ см;
 $CD = 6$ см.

Найти: P_{ABCD} .

②

Докажите, что биссектрисы углов произвольного параллелограмма при пересечении образуют прямоугольник.

③

Постройте ромб по тупому углу и расстоянию между параллельными сторонами.

②

Докажите, что биссектрисы углов произвольного прямоугольника при пересечении образуют квадрат.

③

Постройте ромб по острому углу и расстоянию между параллельными сторонами.

Площадь

СА-4. ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА, КВАДРАТА

Вариант А1

①

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 144 см, а стороны относятся как 5:7.

②

В прямоугольнике одна сторона в 3 раза меньше другой, а площадь равна 48 см^2 . Найдите площадь квадрата, построенного на большей стороне прямоугольника.

③

Как изменится площадь прямоугольника, если одну его сторону увеличить в 2 раза, а другую — в 4 раза?

Вариант Б1

①

Расстояние от точки пересечения диагоналей до стороны прямоугольника на 8 см меньше, чем эта сторона.

Вариант А2

①

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 74 см, а разность сторон — 17 см.

②

В прямоугольнике одна сторона в 4 раза больше другой, а площадь равна 36 см^2 . Найдите площадь квадрата, построенного на меньшей стороне прямоугольника.

③

Как изменится площадь прямоугольника, если одну его сторону уменьшить в 3 раза, а другую — в 4 раза?

Вариант Б2

①

Расстояние от точки пересечения диагоналей до стороны прямоугольника в 8 раз меньше, чем эта сторона.

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 88 см.

2

Площади квадратов, построенных на сторонах прямоугольника, равны 49 см^2 и 144 см^2 . Найдите периметр прямоугольника.

3

Как изменится площадь прямоугольника, если одну его сторону увеличить в 4 раза, а другую — уменьшить в 8 раз?

Вариант В1

1

Площадь прямоугольника равна 48 см^2 . Найдите площадь шестиугольника, вершинами которого являются середины сторон и две противоположные вершины данного прямоугольника.

2

Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна 6 см.

3

Докажите, что площадь ромба равна полупроизведению его диагоналей.

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 80 см.

2

Площади квадратов, построенных на сторонах прямоугольника, равны 64 см^2 и 121 см^2 . Найдите площадь прямоугольника.

3

Как изменится площадь прямоугольника, если одну его сторону увеличить в 9 раз, а другую — уменьшить в 3 раза?

Вариант В2

1

Площадь шестиугольника, вершинами которого являются середины сторон и две противоположные вершины прямоугольника, равна 24 см^2 . Найдите площадь этого прямоугольника.

2

Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 6 см и 8 см.

3

Докажите, что площадь квадрата равна половине квадрата диагонали.

СА-5. ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА, РОМБА, ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

①

Стороны параллелограмма равны 8 см и 14 см, а один из углов равен 30° . Найдите площадь параллелограмма.

②

Найдите высоту ромба, сторона которого равна 6,5 см, а площадь — 26 см^2 .

③

Найдите сторону треугольника, если высота, опущенная на эту сторону, в 2 раза меньше нее, а площадь треугольника равна 64 см^2 .

Вариант Б1

①

Периметр параллелограмма равен 32 см. Найдите площадь параллелограмма, если один из углов на 60° больше прямого, а одна из сторон равна 6 см.

②

Найдите периметр ромба, высота которого равна 7 см, а площадь — 84 см^2 .

Вариант А2

①

Стороны параллелограмма равны 10 см и 12 см, а один из углов равен 150° . Найдите площадь параллелограмма.

②

Найдите сторону ромба, площадь которого равна 12 см^2 , а высота — 2,4 см.

③

Найдите высоту треугольника, если она в 4 раза больше стороны, к которой проведена, а площадь треугольника равна 72 см^2 .

Вариант Б2

①

Периметр параллелограмма равен 36 см. Найдите площадь параллелограмма, если его высота равна 4 см, а один из углов на 60° меньше прямого.

②

Найдите высоту ромба, периметр которого равен 124 см, а площадь — 155 см^2 .

3 Найдите площадь равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой 14 см.

Вариант В1

1 Периметр параллелограмма равен 66 см. Два угла параллелограмма относятся как 1:5, а две стороны как 2:9. Найдите площадь этого параллелограмма

2 Найдите углы ромба, если его периметр равен 16 см, а площадь — 8 см^2 .

3 Найдите площадь треугольника, одна из сторон которого равна 12 см, а прилежащие к ней углы — 30° и 75° .

3 В прямоугольном треугольнике острый угол равен 45° , а высота, проведенная к гипотенузе, равна 9 см. Найдите площадь этого треугольника.

Вариант В2

1 Периметр параллелограмма равен 40 см. Разность двух его углов равна 120° , а разность двух его сторон — 2 см. Найдите площадь параллелограмма.

2 Найдите углы ромба, если его высота равна 7 см, а площадь — 98 см^2 .

3 В равнобедренном треугольнике угол при основании равен 75° . Найдите боковую сторону этого треугольника, если его площадь равна 16 см^2 .

СА-6. ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ

Вариант А1

1 Разность оснований трапеции равна 6 см, а высота трапе

Вариант А2

1 Высота трапеции равна 7 см, а одно из оснований в 5 раз

ции равна 8 см. Найдите основания трапеции, если ее площадь равна 56 см^2 .

2

Высота, проведенная из вершины тупого угла прямоугольной трапеции, отсекает квадрат, площадь которого равна 16 см^2 . Найдите площадь трапеции, если ее тупой угол равен 135° .

Вариант Б1

1

Высота трапеции в 3 раза меньше одного из оснований и в 5 раз меньше другого. Найдите основания и высоту трапеции, если ее площадь равна 100 см^2 .

2

В равнобедренной трапеции угол при основании равен 45° , а высота равна меньшему основанию. Найдите площадь трапеции, если большее основание равно 12 см.

Вариант В1

1

В равнобедренной трапеции с острым углом 30° сумма

больше другого. Найдите основания трапеции, если ее площадь равна 84 см^2 .

2

Высота, проведенная из вершины тупого угла прямоугольной трапеции, делит трапецию на квадрат и треугольник. Площадь треугольника равна 16 см^2 . Найдите площадь трапеции, если ее острый угол равен 45° .

Вариант Б2

1

Одно из оснований трапеции на 3 см больше высоты, а другое — на 3 см меньше высоты. Найдите основания и высоту трапеции, если ее площадь равна 100 см^2 .

2

В равнобедренной трапеции тупой угол равен 135° , а высота в 3 раза меньше большего основания. Найдите площадь трапеции, если меньшее основание равно 6 см.

Вариант В2

1

В равнобедренной трапеции с тупым углом 150° боковая

оснований равна 22 см, а периметр равен 30 см. Найдите площадь трапеции.

2

Диагонали равнобедренной трапеции пересекаются под прямым углом, а сумма оснований равна 18 см. Найдите площадь трапеции.

сторона равна 6 см, а площадь трапеции — 66 см^2 . Найдите периметр трапеции.

2

Меньшая диагональ прямоугольной трапеции перпендикулярна боковой стороне, острый угол трапеции равен 45° , большее основание трапеции равно 8 см. Найдите площадь трапеции.

СА-7. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Вариант А1

1

Найдите катет прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 13 см, а другой катет — 12 см.

2

Диагонали ромба равны 12 см и 16 см. Найдите площадь и периметр ромба.

3

Докажите, что треугольник со сторонами 12 см, 35 см и 37 см является прямоугольным.

Вариант А2

1

Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны 6 см и 8 см.

2

Диагональ прямоугольника равна 13 см, а одна из сторон — 5 см. Найдите площадь и периметр прямоугольника.

3

Докажите, что треугольник со сторонами 9 см, 40 см и 41 см является прямоугольным.

Вариант Б1**1**

Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3:4, а гипотенуза равна 15 см. Найдите периметр треугольника.

2

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17 см, а биссектриса, проведенная к основанию, — 15 см. Найдите площадь и периметр этого треугольника.

3

Докажите, что треугольник является прямоугольным, если его стороны пропорциональны числам 5, 12 и 13.

Вариант В1**1**

В равнобедренном треугольнике высота, проведенная к боковой стороне, делит эту сторону на отрезки длиной 12 см и 3 см, считая от вершины треугольника, противоположной основанию. Найдите площадь и периметр треугольника.

Вариант Б2**1**

В прямоугольном треугольнике гипотенуза относится к катету как 5:3. Найдите периметр треугольника, если второй катет равен 12 см.

2

Медиана, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна 12 см, а боковая сторона равна 13 см. Найдите периметр и площадь этого треугольника.

3

Докажите, что треугольник является прямоугольным, если его стороны пропорциональны числам 7, 24 и 25.

Вариант В2**1**

Высота, проведенная к боковой стороне равнобедренного треугольника, равна 15 см и отсекает на боковой стороне отрезок длиной 8 см, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите площадь и периметр треугольника.

②

В прямоугольной трапеции с острым углом 45° большая боковая сторона равна $16\sqrt{2}$ см, а меньшая диагональ равна 20 см. Найдите периметр и площадь трапеции.

③

Докажите, что сумма квадратов медиан прямоугольного треугольника равна $3/2$ квадрата гипотенузы.

②

В равнобедренной трапеции угол при основании равен 45° , боковые стороны равны $9\sqrt{2}$ см, а диагональ — 15 см. Найдите периметр и площадь трапеции.

③

Докажите, что сумма квадратов двух медиан прямоугольного треугольника, проведенных к катетам, равна $5/4$ квадрата гипотенузы.

СА-8*. ПЛОЩАДИ. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА (домашняя самостоятельная работа)

①

Найдите площадь параллелограмма

по его полупериметру p и высотам h_a и h_b .

по его периметру P и расстояниям m и n от точки пересечения диагоналей до сторон параллелограмма.

②

Данный параллелограмм разделите на три равновеликие части двумя прямыми, проходящими через

середину большей стороны.

вершину.

③

Найдите площадь треугольника с основанием a и прилежащим

углом 45° , если второй прилежащий
угол равен

30°.

60°.

④

В прямоугольном треугольнике ABC
с гипотенузой AB катет $BC = a$ лежит
против угла

22,5°.

15°.

Найдите длину второго катета.

⑤

Диагонали трапеции пересекаются
под прямым углом.

Докажите, что площадь тра-
пеции равна полупроизведе-
нию диагоналей.

Докажите, что сумма осно-
ваний равна произведению
диагоналей, деленному на
удвоенную высоту.

КА-2. ПЛОЩАДИ. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Вариант А1

①

Стороны параллелограмма
равны 12 см и 9 см, а его пло-
щадь равна 36 см^2 . Найдите
высоты параллелограмма.

②

В прямоугольном треуголь-
нике с острым углом 45°
гипотенуза равна $3\sqrt{2}$ см.
Найдите катеты и площадь
этого треугольника.

Вариант А2

①

Высоты параллелограмма
равны 2 см и 6 см, а его пло-
щадь равна 48 см^2 . Найдите
стороны параллелограмма.

②

В прямоугольном треугольни-
ке катет, лежащий против угла
 60° , равен $3\sqrt{3}$ см. Найдите
две другие стороны этого тре-
угольника и его площадь.

③

В прямоугольной трапеции основания равны 6 см и 9 см, а большая боковая сторона равна 5 см. Найдите площадь этой трапеции.

Вариант Б1

①

В параллелограмме тупой угол равен 150° . Биссектриса этого угла делит сторону параллелограмма на отрезки 16 см и 5 см, считая от вершины острого угла. Найдите площадь параллелограмма.

②

Две стороны треугольника равны $7\sqrt{2}$ см и 10 см, а угол между ними равен 45° . Найдите площадь треугольника.

③

В равнобедренной трапеции боковая сторона равна 10 см, диагональ — 17 см, а разность оснований — 12 см. Найдите площадь трапеции.

Вариант В1

①

Высоты параллелограмма, проведенные из вершины

③

В равнобедренной трапеции основания равны 6 см и 14 см, а боковая сторона равна 5 см. Найдите площадь этой трапеции.

Вариант Б2

①

В параллелограмме острый угол равен 30° . Биссектриса этого угла делит сторону параллелограмма на отрезки 14 см и 9 см, считая от вершины тупого угла. Найдите площадь параллелограмма.

②

Две стороны треугольника равны $4\sqrt{3}$ см и 6 см, а угол между ними равен 60° . Найдите площадь треугольника.

③

В прямоугольной трапеции боковые стороны относятся как 4:5, разность оснований равна 9 см, а меньшая диагональ — 13 см. Найдите площадь трапеции.

Вариант В2

①

Высоты параллелограмма, проведенные из вершины

острого угла, образуют угол 150° . Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 12 см и 18 см.

②

Две стороны треугольника относятся как 5:8, а высота, проведенная к третьей стороне, делит ее на отрезки 7 см и 32 см. Найдите периметр треугольника.

③

В равнобедренной трапеции высота и основания относятся как 3:5:13, а боковая сторона равна 15 см. Найдите площадь трапеции.

тупого угла, образуют угол 30° . Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 16 см и 20 см.

②

Две стороны треугольника равны 75 см и 78 см, а высота, проведенная к третьей стороне, делит ее в отношении 7:10. Найдите периметр треугольника.

③

В равнобедренной трапеции периметр равен 64 см, разность оснований равна 18 см, а высота относится к боковой стороне как 4:5. Найдите площадь трапеции.

Подобные треугольники

СА-9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. СВОЙСТВО БИСSEKTRИСЫ УГЛА ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

①

Стороны треугольника равны 5 см, 3 см и 7 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, периметр которого равен 105 см.

②

У подобных треугольников сходственные стороны равны 7 см и 35 см. Площадь первого треугольника равна 27 см^2 . Найдите площадь второго треугольника.

③

Найдите две стороны треугольника, если их сумма равна 91 см, а биссектриса, проведенная к третьей стороне, делит эту сторону в отношении 5:8.

Вариант А2

①

Стороны треугольника относятся как 4:5:7. Найдите стороны подобного ему треугольника, если его периметр равен 96 см.

②

Площади подобных треугольников равны 17 см^2 и 68 см^2 . Сторона первого треугольника равна 8 см. Найдите сходственную сторону второго треугольника.

③

Найдите две стороны треугольника, если их разность равна 28 см, а биссектриса, проведенная к третьей стороне, делит ее на отрезки 43 см и 29 см.

Вариант Б1**1**

Стороны треугольника относятся как 7:13:19. Найдите периметр подобного ему треугольника, разность между двумя большими сторонами которого равна 132 см.

2

Сходственные стороны подобных треугольников равны 6 см и 4 см, а сумма их площадей равна 78 см^2 . Найдите площади этих треугольников.

3

В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит катет на отрезки 10 см и 6 см. Найдите периметр этого треугольника.

Вариант В1**1**

В трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, $AB = 9 \text{ см}$. Диагональ AC делит трапецию на два подобных треугольника ABC и ACD . Найдите большее основание трапеции, если эта диагональ равна 12 см.

Вариант Б2**1**

Стороны треугольника равны 14 см, 32 см и 40 см. Найдите периметр подобного ему треугольника, сумма наибольшей и наименьшей сторон которого равна 108 см.

2

Сходственные стороны подобных треугольников относятся как 8:5, а разность площадей треугольников равна 156 см^2 . Найдите площади этих треугольников.

3

В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит гипотенузу на отрезки 20 см и 15 см. Найдите периметр этого треугольника.

Вариант В2**1**

В трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, $AB = 4 \text{ см}$. Диагональ AC делит трапецию на два подобных треугольника ABC и ACD . Найдите эту диагональ, если большее основание трапеции равно 9 см.

②

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC биссектриса AD отсекает треугольник CAD , подобный ABC . Найдите углы треугольника ABC .

③

В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к боковой стороне, делит ее на отрезки 30 см и 25 см, считая от основания. Найдите периметр треугольника.

②

В треугольнике ABC биссектриса AD отсекает треугольник, подобный треугольнику ABC . Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и найдите его углы.

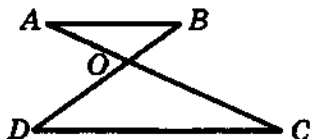
③

В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 55 см, а высота, проведенная к основанию, — 44 см. Найдите длину отрезков, на которые делит боковую сторону биссектриса угла при основании.

СА-10. ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Вариант А1

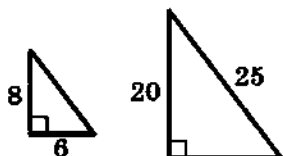
①



Дано: $AB \parallel DC$.

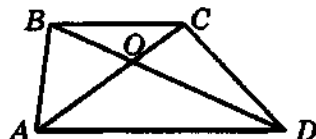
Доказать: $\triangle AOB \sim \triangle COD$.

②



Вариант А2

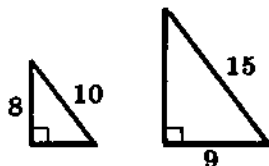
①



Дано: $ABCD$ — трапеция.

Доказать: $\triangle AOD \sim \triangle COB$.

②



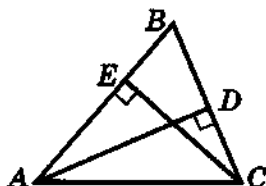
Подобны ли треугольники, изображенные на рисунке? Почему?

3

Два равнобедренных треугольника имеют равные углы, противолежащие основаниям. В одном из треугольников боковая сторона и высота, проведенная к основанию, равны 5 см и 4 см. Найдите периметр второго треугольника, если его боковая сторона равна 15 см.

Вариант Б1

1

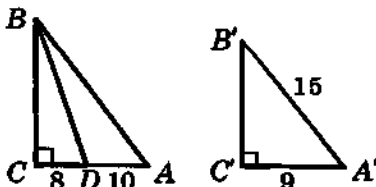


Дано: $AD \perp BC$;

$CE \perp AB$.

Доказать: $\triangle ADB \sim \triangle CEB$.

2



Подобны ли прямоугольные треугольники ABC и $A'B'C'$?

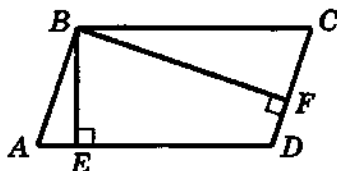
Подобны ли треугольники, изображенные на рисунке? Почему?

3

Углы между боковыми сторонами двух равнобедренных треугольников равны. В одном из треугольников основание и высота, проведенная к основанию, равны 8 см и 3 см. Найдите периметр второго треугольника, если его основание равно 24 см.

Вариант Б2

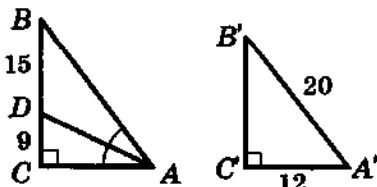
1



Дано: $ABCD$ — параллелограмм; $BE \perp AD$; $BF \perp CD$.

Доказать: $\triangle ABE \sim \triangle CBF$.

2



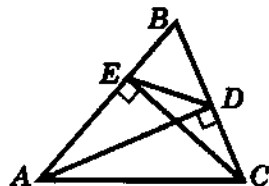
Подобны ли прямоугольные треугольники ABC и $A'B'C'$?

3

Основания трапеции равны 4 см и 8 см, высота — 9 см. Найдите расстояния от точки пересечения диагоналей до оснований трапеции.

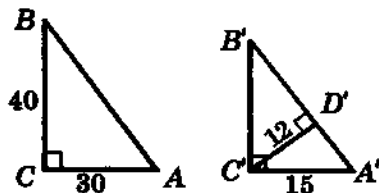
Вариант В1

1



Дано: $AD \perp BC$; $CE \perp AB$.
Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle DBE$.

2



Подобны ли прямоугольные треугольники ABC и $A'B'C'$?

3

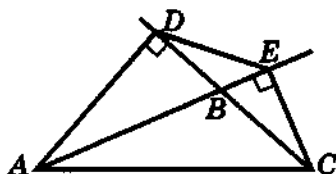
Углы между боковыми сторонами двух равнобедренных треугольников равны. Биссектриса угла при основании одного треугольника делит высоту, опущенную на основание, в отношении 5:3.

3

Расстояния от точки пересечения диагоналей до оснований трапеции равны 3 см и 9 см, а сумма оснований — 24 см. Найдите основания трапеции.

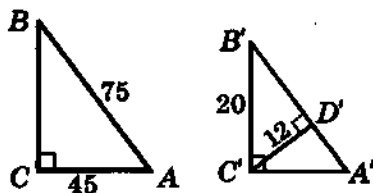
Вариант В2

1



Дано: $AD \perp BC$; $CE \perp AB$.
Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle DBE$.

2



Подобны ли прямоугольные треугольники ABC и $A'B'C'$?

3

Углы между боковыми сторонами двух равнобедренных треугольников равны. Биссектриса угла при основании одного треугольника делит медиану, проведенную к основанию, на отрезки 10 см

Найдите стороны второго треугольника, если его периметр равен 48 см.

и 6 см. Найдите стороны второго треугольника, если его периметр равен 64 см.

КА-3. ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Вариант А1

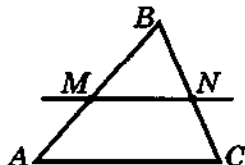
①

В одном равнобедренном треугольнике угол при вершине равен 24° , а в другом равнобедренном треугольнике угол при основании равен 78° . Подобны ли эти треугольники? Почему?

②

Найдите отношение площадей двух треугольников, если стороны одного равны 5 см, 8 см, 12 см, а стороны другого — 15 см, 24 см, 36 см.

③



Дано: $AB = 24$ см; $CB = 16$ см;
 $AM = 9$ см; $BN = 10$ см.
 Доказать: $MN \parallel AC$.

Вариант А2

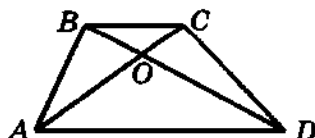
①

В одном прямоугольном треугольнике острый угол равен 22° , а в другом прямоугольном треугольнике острый угол равен 68° . Подобны ли эти треугольники? Почему?

②

Отношение площадей двух подобных треугольников равно 9:1. Стороны первого равны 12 м, 21 м, 27 м. Найдите стороны второго треугольника.

③



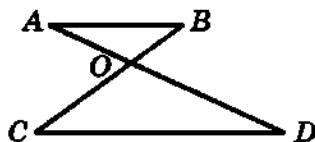
Дано: $AO = 15$ см; $BO = 8$ см;
 $AC = 27$ см; $DO = 10$ см.
 Доказать: $ABCD$ — трапеция.

Вариант Б1**1**

Один из острых углов прямоугольного треугольника в 4 раза меньше другого. В другом прямоугольном треугольнике разность острых углов равна 54° . Подобны ли эти треугольники? Почему?

2

Стороны одного треугольника равны 21 см, 27 см, 12 см. Стороны другого треугольника относятся как 7:9:4, а его большая сторона равна 54 см. Найдите отношение площадей этих треугольников.

3

Дано: $AB \parallel CD$;
 $AB : CD = 3:5$;
 $CB = 64$ см.
 Доказать: $AO \cdot CO = BO \cdot DO$.
 Найти: BO и CO .

Вариант В1**1**

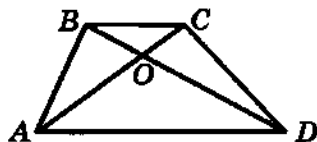
Сумма двух углов прямоугольного треугольника равна 130° .

Вариант Б2**1**

Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 1:5. В другом прямоугольном треугольнике разность острых углов равна 60° . Подобны ли эти треугольники? Почему?

2

Найдите отношение площадей двух треугольников, если стороны одного равны 36 см, 24 см, 42 см, стороны другого относятся как 4:6:7, а его меньшая сторона равна 8 см.

3

Дано: $ABCD$ — трапеция;
 $AO : CO = 7:3$;
 $BD = 40$ см.
 Доказать: $BO \cdot AO = CO \cdot DO$.
 Найти: BO и DO .

Вариант В2**1**

Сумма двух углов равнобедренного треугольника равна

Углы второго треугольника относятся как 4:5:9. Подобны ли эти треугольники?

②

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC точка O — точка пересечения диагоналей. $BO : OD = 3 : 4$. Найдите отношение площадей треугольников ABD и ABC .

③

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 15 см, а основание — 10 см. К боковым сторонам треугольника проведены биссектрисы. Найдите длину отрезка, концами которого являются основания биссектрис.

60°. Углы второго треугольника относятся как 1:1:4. Подобны ли эти треугольники?

②

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC точка O — точка пересечения диагоналей. Площади треугольников AOD и BOC относятся как 9 : 4. Найдите отношение площадей треугольников ABD и CBD .

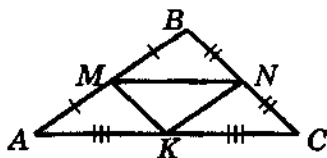
③

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 9 см, а основание — 6 см. К боковым сторонам треугольника проведены высоты. Найдите длину отрезка, концами которого являются основания высот.

СА-11. ПРИМЕНЕНИЕ ПОДОБИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Вариант А1

①

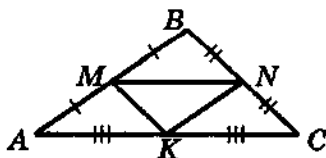


Дано: $AB = 10$ см;
 $BC = 8$ см; $AC = 7$ см.

Найти: P_{MNK} .

Вариант А2

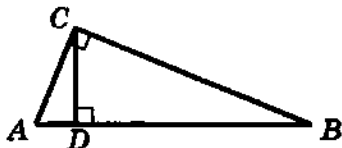
①



Дано: $MN = 7,4$ см;
 $NK = 5,2$ см; $MK = 4,4$ см.

Найти: P_{ABC} .

②



Дано: $\angle ACB = 90^\circ$; $CD \perp AB$;
 $AB = 10$ см;
 $BD = 6,4$ см.

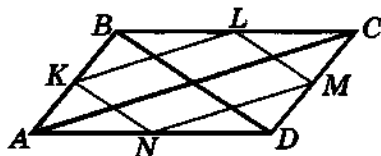
Найти: CD , AC , BC .

③

С помощью циркуля и линейки разделите отрезок длиной 6 см в отношении 1:4.

Вариант Б1

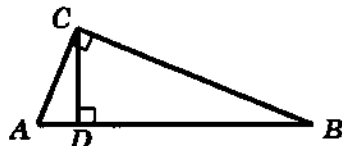
①



Дано: K , L , M , N — середины сторон параллелограмма $ABCD$;
 $AC = 10$ см; $BD = 6$ см.

Найти: P_{KLMN} .

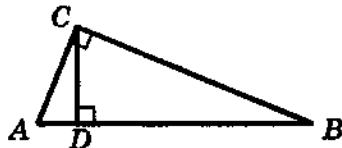
②



Дано: $\angle ACB = 90^\circ$;
 $CD \perp AB$; $BD = 16$ см;
 $CD = 4$ см.

Найти: AD , AC , BC .

②



Дано: $\angle ACB = 90^\circ$; $CD \perp AB$;
 $AB = 15$ см;
 $AD = 5,4$ см.

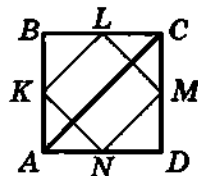
Найти: CD , P_{ABC} .

③

С помощью циркуля и линейки разделите отрезок длиной 7 см в отношении 2:3.

Вариант Б2

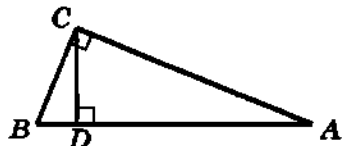
①



Дано: K , L , M , N — середины сторон квадрата $ABCD$;
 $AC = 10$ см.

Найти: P_{KLMN} .

②



Дано: $\angle ACB = 90^\circ$;
 $CD \perp AB$; $CD = 12$ см;
 $BC = 13$ см.

Найти: BD , AD , AC .

3

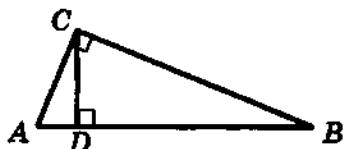
Постройте треугольник по двум углам и высоте, проведенной из вершины третьего угла.

Вариант В1

1

Сумма диагоналей данного четырехугольника равна 22 см. Найдите периметр четырехугольника с вершинами в серединах сторон данного четырехугольника.

2



Дано: $\angle ACB = 90^\circ$; $CD \perp AB$;
 $AB = 13$ см;
 $CD = 6$ см.

Найти: AD , BD , AC , BC .

3

Постройте треугольник ABC по углу A и расстоянию от точки пересечения медиан до вершины C , если $AB:AC = 3:4$.

3

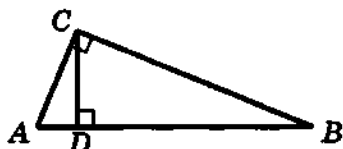
Постройте треугольник по двум углам и медиане, проведенной из вершины третьего угла.

Вариант В2

1

Найдите сумму диагоналей данного четырехугольника, если периметр четырехугольника с вершинами в серединах сторон данного четырехугольника равен 24 см.

2



Дано: $\angle ACB = 90^\circ$; $CD \perp AB$;
 $AD = 1$ см;
 $BC = 5\sqrt{26}$ см.

Найти: BD , AC , CD .

3

Постройте треугольник ABC по углу B и расстоянию от точки пересечения медиан до стороны BC , если $AB:BC = 2:5$.

СА-12. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1

Найдите синус, косинус и тангенс большего острого угла прямоугольного треугольника с катетами 7 см и 24 см.

2

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 25 см, а синус одного из острых углов равен 0,6. Найдите катеты этого треугольника.

3

Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если гипотенуза равна 7 см, а один из катетов — $3,5\sqrt{3}$ см.

Вариант Б1

1

Найдите синус, косинус и тангенс острого угла равнобедренной трапеции, разность оснований которой равна 8 см, а сумма боковых сторон — 10 см.

Вариант А2

1

Найдите синус, косинус и тангенс меньшего острого угла прямоугольного треугольника с катетом 40 см и гипотенузой 41 см.

2

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 20 см, а косинус одного из острых углов равен 0,8. Найдите катеты этого треугольника.

3

Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если его катеты равны $2,5\sqrt{3}$ см и 2,5 см.

Вариант Б2

1

Найдите синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольной трапеции, меньшая боковая сторона которой равна 5 см, а разность оснований — 12 см.

2

Катет прямоугольного треугольника равен 24 см, а синус противолежащего угла равен $12/13$. Найдите другие стороны этого треугольника.

3

Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если высота, проведенная к гипотенузе, равна $5\sqrt{3}$ см, а проекция одного из катетов — 15 см.

Вариант В1

1

Найдите синус, косинус и тангенс острого угла ромба, если его периметр равен 52 см, а площадь — 156 см^2 .

2

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 82 см, а тангенс одного из углов равен $9/40$. Найдите катеты этого треугольника.

3

Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если проекции катетов на гипотенузу равны 2 см и 6 см.

2

Катет прямоугольного треугольника равен 30 см, а косинус прилежащего острого угла равен $15/17$. Найдите другие стороны этого треугольника.

3

Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если один из его катетов равен $6\sqrt{3}$ см, а его проекция на гипотенузу — 9 см.

Вариант В2

1

Найдите синус, косинус и тангенс угла при вершине равнобедренного треугольника, площадь которого равна 78 см^2 , а боковая сторона — 13 см.

2

Катет прямоугольного треугольника равен 14 см, а косинус противолежащего угла равен $24/25$. Найдите другие стороны этого треугольника.

3

Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если проекции катетов на гипотенузу относятся как 3:1.

СА-13*. ПОДОБИЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Докажите, что в любой трапеции

середины оснований, точка пересечения диагоналей и точка пересечения продолжений боковых сторон лежат на одной прямой.

2

Докажите, что

медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.

3

Дан равнобедренный треугольник с основанием 6 см и боковой стороной 9 см. Отрезки какой длины нужно отложить от вершины треугольника на его боковых сторонах, чтобы, соединив их концы, получить подобный треугольник с периметром 20 см?

4

Периметр треугольника равен P .

Биссектриса делит сторону треугольника на отрезки m

Вариант 2

отрезок, параллельный основаниям и проходящий через точку пересечения диагоналей, равен удвоенному частному произведения и суммы оснований.

отрезки, соединяющие вершины треугольника с точкой пересечения медиан, делят его на три равновеликих треугольника.

3

Дан прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 16 см. Отрезки какой длины нужно отложить от вершины прямого угла на его катетах, чтобы, соединив их концы, получить подобный треугольник с периметром 42 см?

Найдите длины отрезков, на которые биссектриса делит

и n . Найдите две другие стороны треугольника.

сторону треугольника, если две других его стороны равны a и b .

5

Основания трапеции равны a и b .

Через точку пересечения продолжений боковых сторон трапеции проведена прямая, параллельная основаниям. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного между продолжениями диагоналей трапеции.

Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного между боковыми сторонами трапеции.

КА-4. ПРИМЕНЕНИЕ ПОДОБИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1

Средняя линия равнобедренного треугольника, параллельная боковой стороне, равна 13 см, а медиана, проведенная к основанию, — 24 см. Найдите среднюю линию, параллельную основанию треугольника.

2

В прямоугольном треугольнике катет равен 15 см, а его проекция на гипотенузу —

Вариант А2

1

Средняя линия равнобедренного треугольника, параллельная основанию, равна 16 см, а биссектриса, проведенная к основанию, — 30 см. Найдите среднюю линию, параллельную боковой стороне треугольника.

2

В прямоугольном треугольнике высота, проведенная к гипотенузе, равна 12 см, а про-

9 см. Найдите гипотенузу, а также синус и косинус угла, образованного этим катетом и гипотенузой.

3

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна c , а острый угол — α . Выразите периметр треугольника через c и α .

Вариант Б1

1

Две стороны треугольника равны 10 см и 17 см, а высота, проведенная из вершины угла между ними, равна 8 см. Найдите отрезки, на которые эта высота делит среднюю линию, перпендикулярную ей.

2

Из вершины прямоугольника на диагональ опущен перпендикуляр, который делит ее на отрезки длиной 9 см и 16 см. Найдите тангенс угла, образованного меньшей стороной и диагональю.

3

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна c , а ост

екция одного из катетов на гипотенузу — 9 см. Найдите этот катет, а также синус и косинус угла, образованного этим катетом и гипотенузой.

3

В прямоугольном треугольнике катет равен b , а противолежащий ему угол — β . Выразите периметр треугольника через b и β .

Вариант Б2

1

Высота треугольника равна 12 см и делит среднюю линию, перпендикулярную ей, на отрезки 4,5 см и 2,5 см. Найдите периметр треугольника.

2

Из точки пересечения диагоналей ромба проведен перпендикуляр, который делит сторону ромба на отрезки длиной 18 см и 32 см. Найдите тангенс угла, образованного стороной ромба и меньшей диагональю.

3

Катет прямоугольного треугольника равен b , а противоле

рый угол — α . Найдите биссектрису, проведенную из вершины этого угла.

Вариант В1

①

В прямоугольном треугольнике проведены три средние линии. Найдите стороны и площадь этого треугольника, если площадь треугольника, образованного средними линиями, равна 60 см^2 , а тангенс одного из острых углов равен $8/15$.

②

Из вершины прямоугольника на диагональ опущен перпендикуляр длиной 36 см . Основание перпендикуляра делит диагональ в отношении $9:16$. Найдите диагональ прямоугольника и тангенс угла, образованного меньшей стороной и диагональю.

③

Угол между медианой и биссектрисой, проведенной из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, равен γ , а гипотенуза равна c . Найдите площадь треугольника.

жащий ему угол — β . Найдите биссектрису, проведенную из вершины этого угла.

Вариант В2

①

В прямоугольном треугольнике проведены три средние линии. Найдите стороны и площадь этого треугольника, если периметр треугольника, образованного средними линиями, равен 30 см , а синус одного из острых углов равен $5/13$.

②

Из точки пересечения диагоналей ромба проведен перпендикуляр длиной 12 см , который делит сторону ромба на отрезки, разность которых равна 7 см . Найдите сторону ромба и тангенс угла, образованного стороной и меньшей диагональю.

③

Угол между высотой и биссектрисой, проведенной из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, равен γ , а гипотенуза равна c . Найдите площадь треугольника.

Окружность

СА-14. КАСАТЕЛЬНАЯ К ОКРУЖНОСТИ

Вариант А1

①

Прямая AB касается окружности с центром в точке O и радиусом, равным 9 см, в точке B . Найдите AB , если $AO = 41$ см.

②

К окружности с центром в точке O из точки A проведены две касательные, угол между которыми равен 60° . Найдите радиус окружности, если $OA = 16$ см.

③

Вершина A прямоугольника $ABCD$ является центром окружности радиуса AB . Докажите, что прямая BC является касательной к данной окружности.

Вариант Б1

①

Из точки A к окружности с центром в точке O проведена касательная AB (B — точка

Вариант А2

①

Прямая AB касается окружности с центром в точке O и радиусом, равным 7 см, в точке A . Найдите OB , если $AB = 24$ см.

②

К окружности с центром в точке O из точки A проведены две касательные, угол между которыми равен 120° . Найдите длины отрезков касательных, если $OA = 24$ см.

③

Вершина C прямоугольника $ABCD$ является центром окружности радиуса CB . Докажите, что прямая AB является касательной к данной окружности.

Вариант Б2

①

Из точки A к окружности с центром в точке O проведена касательная AB (B — точка

касания). Найдите радиус этой окружности, если $\angle OAB = 60^\circ$, $AO = 14\sqrt{3}$ см.

2

К окружности с центром в точке O и радиусом 6 см из точки A проведены две касательные. Найдите угол между этими касательными, если $OA = 4\sqrt{3}$ см.

3

Вершина B ромба $ABCD$ является центром окружности, радиус которой равен половине диагонали BD . Докажите, что прямая AC является касательной к этой окружности.

Вариант В1

1

Через точку окружности радиуса r проведены касательная и хорда, равная $r\sqrt{3}$. Найдите угол между ними.

2

Из точки A к окружности с центром в точке O проведены две касательные, угол между которыми равен α . Найдите длину хорды, со-

касания). Найдите AO , если радиус окружности равен $12\sqrt{2}$ см, а $\angle OAB = 45^\circ$.

2

К окружности с центром в точке O и радиусом 5 см из точки A проведены две касательные AB и AC (B и C — точки касания). Найдите $\angle BAC$, если $AB = 5\sqrt{3}$ см.

3

Вершина A квадрата $ABCD$ является центром окружности, радиус которой равен половине диагонали квадрата. Докажите, что прямая BD является касательной к этой окружности.

Вариант В2

1

Угол между касательной и хордой равен 60° . Найдите длину хорды, если радиус окружности равен r .

2

Из точки A к окружности с центром в точке O проведены две касательные, угол между которыми равен α . Найдите OA , если длина хор-

единяющей точки касания, если $OA = a$.

③

В треугольнике ABC $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$. Докажите, что прямая BC является касательной к окружности с центром в точке A и радиусом AB .

ды, соединяющей точки касания, равна b .

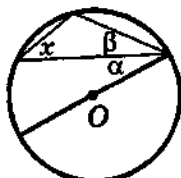
③

В треугольнике ABC $AB = a$, $BC = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Докажите, что прямая AB является касательной к окружности с центром в точке C и радиусом BC .

СА-15. ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

Вариант А1

①



$$\alpha = 21^\circ$$

$$\beta = 49^\circ$$

По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

②

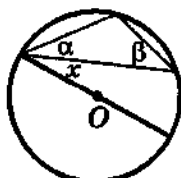
Вершины треугольника ABC делят окружность в отношении 2:3:4. Найдите углы этого треугольника.

③

Расстояния от точки окружности до концов диаметра равны 9 см и 12 см. Найдите радиус окружности.

Вариант А2

①



$$\alpha = 19^\circ$$

$$\beta = 47^\circ$$

По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

②

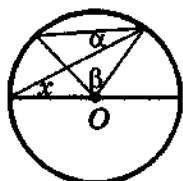
Вершины треугольника ABC делят окружность в отношении 1:3:5. Найдите углы этого треугольника.

③

Радиус окружности равен 10 см, а расстояние от одного конца диаметра до точки окружности — 16 см. Найдите расстояние от другого конца диаметра до этой точки.

Вариант Б1

1



$\alpha = 12^\circ$

$\beta = 64^\circ$

По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

2

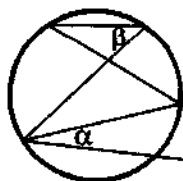
Вершины четырехугольника $ABCD$ делят окружность в отношении 1:2:8:7. Найдите углы этого четырехугольника.

3

Перпендикуляр, опущенный из точки окружности на диаметр, равен 24 см и делит диаметр в отношении 9:16. Найдите радиус окружности.

Вариант В1

1



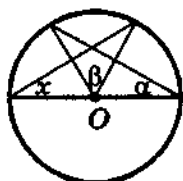
$\alpha = 18^\circ$

$\beta = 34^\circ$

По данным рисунка найдите угол x .

Вариант Б2

1



$\alpha = 18^\circ$

$\beta = 46^\circ$

По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

2

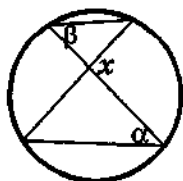
Вершины четырехугольника $ABCD$ делят окружность в отношении 1:2:5:4. Найдите углы этого четырехугольника.

3

Хорда, перпендикулярная диаметру, делит его на отрезки, разность которых равна 7 см. Найдите радиус окружности, если длина хорды равна 24 см.

Вариант В2

1



$\alpha = 18^\circ$

$\beta = 34^\circ$

По данным рисунка найдите угол x .

2

Окружность касается сторон прямоугольной трапеции с острым углом 40° . Найдите градусные меры дуг, на которые делят окружность точки касания.

3

Из точки окружности проведены две перпендикулярные хорды, разность которых равна 7 см. Найдите длины хорд, если радиус окружности равен 6,5 см.

2

Окружность касается сторон равнобедренной трапеции с острым углом 50° . Найдите градусные меры дуг, на которые делят окружность точки касания.

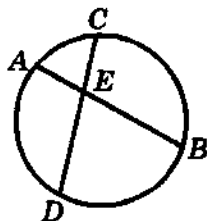
3

Из точки окружности проведены две перпендикулярные хорды, длины которых относятся как 5:12. Найдите длины хорд, если радиус окружности равен 13 см.

СА-16. ТЕОРЕМА О ПРОИЗВЕДЕНИИ ОТРЕЗКОВ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ХОРД. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

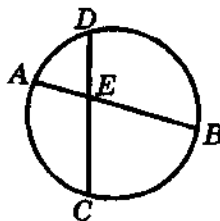
1



Дано: $AB = 0,7$ см;
 $BE = 0,5$ см; $CE = 0,4$ см.
 Найти: DE , DC .

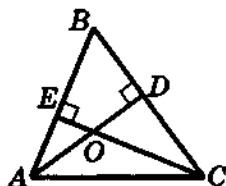
Вариант А2

1



Дано: $CD = 0,8$ см;
 $DE = 0,2$ см; $AE = 0,24$ см.
 Найти: BE , AB .

2



Дано: AD, CE — высоты $\triangle ABC$;
 $\angle ACB = 28^\circ$.

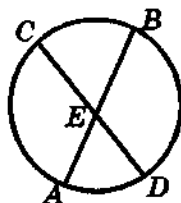
Найти: $\angle CBO$.

3

В треугольнике со сторонами 5 см, 6 см и 7 см постройте точку, равноудаленную от сторон треугольника.

Вариант Б1

1



Дано: $AE = 4$ см; $BE = 6$ см;
 DE больше CE на 5 см.

Найти: DE, CE .

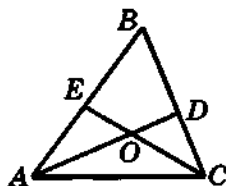
2

В остроугольном треугольнике ABC высоты AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O .

а) Докажите, что $\angle ACO = \angle ABO$.

б) Найдите углы треугольника ABC , если $\angle ACO = 22^\circ$, $\angle A_1AB = 11^\circ$.

2



Дано: AD, CE — биссектрисы $\triangle ABC$;
 $\angle BAC = 40^\circ$; $\angle BCA = 60^\circ$.

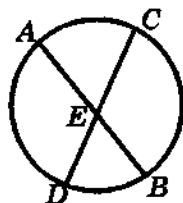
Найти: $\angle CBO$.

3

В треугольнике со сторонами 5 см, 6 см и 7 см постройте точку, равноудаленную от вершин треугольника.

Вариант Б2

1



Дано: $CD = 17$ см; $CE = 5$ см;
 $AE:BE = 3:5$.

Найти: AE, BE .

2

В остроугольном треугольнике ABC высоты AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O .

а) Докажите, что $\angle BAO = \angle BCO$.

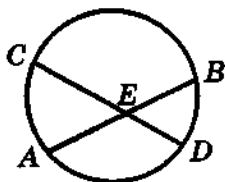
б) Найдите углы треугольника ABC , если $\angle BCO = 28^\circ$, $\angle ABB_1 = 44^\circ$.

3

В треугольнике ABC O — точка пересечения серединных перпендикуляров, $AO = 10$ см. Найдите периметр треугольника BOC , если $BC = 12$ см.

Вариант В 1

1



Дано: $AE:EB = 6:1$;
 $CE:ED = 1:3$;
 AE больше BE на 20 см.
 Найти: отрезки хорд AB и CD .

2

В неравносторонней трапеции постройте точку, равноудаленную от боковых сторон и концов меньшего основания.

3

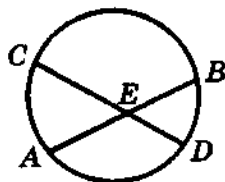
В треугольнике ABC биссектрисы углов A и B пересекаются в точке O . Найдите $\angle ACO$, если $\angle AOB = \alpha$.

3

В треугольнике ABC O — точка пересечения биссектрис. Расстояние от точки O до стороны AB равно 4 см. Найдите площадь треугольника BOC , если $BC = 12$ см.

Вариант В 2

1



Дано: AE больше BE на 4 см;
 DE меньше CE на 16 см;
 $CE:DE = 3:1$.
 Найти: отрезки хорд AB и CD .

2

В неравностороннем прямоугольном треугольнике постройте точку, равноудаленную от катетов и концов гипотенузы.

3

В треугольнике ABC биссектрисы углов A и B пересекаются в точке O . Найдите $\angle AOB$, если $\angle ACO = \alpha$.

СА-17. ВПИСАННАЯ И ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТИ

Вариант А1

①

Периметр равностороннего треугольника равен $12\sqrt{3}$ см. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.

②

Около окружности описана равнобедренная трапеция, боковая сторона которой равна 8 см. Найдите периметр трапеции.

③

Около прямоугольного треугольника описана окружность радиуса 10 см. Найдите периметр и площадь этого треугольника, если его катет равен 16 см.

Вариант Б1

①

Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 5 см, а один из катетов — 12 см. Найдите периметр треугольника.

Вариант А2

①

Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $6\sqrt{3}$ см. Найдите периметр треугольника.

②

Около окружности описана равнобедренная трапеция, периметр которой равен 24 см. Найдите боковую сторону трапеции.

③

Около прямоугольного треугольника описана окружность радиуса 2,5 см. Найдите периметр и площадь этого треугольника, если его катеты относятся как 3:4.

Вариант Б2

①

Точка касания вписанной в прямоугольный треугольник окружности делит катет на отрезки 3 см и 12 см. Найдите периметр треугольника.

②

Около окружности радиуса 12 см описана равнобедренная трапеция, периметр которой равен 100 см. Найдите основания и площадь трапеции.

③

Около равнобедренного треугольника описана окружность радиуса 25 см. Основание треугольника равно 48 см. Найдите площадь треугольника.

Вариант В 1

①

Докажите, что радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c , вычисляется по формуле $r = \frac{a + b - c}{2}$.

$$r = \frac{a + b - c}{2}.$$

②

Около окружности описана прямоугольная трапеция. Точка касания делит большую боковую сторону на отрезки 9 см и 16 см. Найдите основания и площадь трапеции.

②

Около окружности описана равнобедренная трапеция, основания которой равны 6 см и 24 см. Найдите радиус окружности и площадь трапеции.

③

Около равнобедренного треугольника описана окружность радиуса 25 см. Расстояние от центра окружности до основания равно 7 см. Найдите площадь треугольника.

Вариант В 2

①

Докажите, что сумма радиусов вписанной и описанной окружностей в прямоугольном треугольнике равна полусумме катетов.

②

Около окружности описана прямоугольная трапеция. Расстояния от центра окружности до концов боковой стороны равны 15 см и 20 см. Найдите основания и площадь трапеции.

③

Центр окружности радиуса R , описанной около трапеции, лежит на одном из оснований. Найдите периметр трапеции, если один из ее углов равен 60° .

③

Центр окружности радиуса R , описанной около трапеции, лежит на одном из оснований. Найдите углы трапеции, если одна из боковых сторон равна R .

СА-18*. ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С ОКРУЖНОСТЬЮ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

①

Две окружности касаются внутренне в точке B , AB — диаметр большей окружности. Через точку A проведены две хорды, которые касаются меньшей окружности. Угол между хордами равен 60° . Найдите длины этих хорд, если

радиус большей окружности равен R .

②

Найдите углы треугольника, две стороны которого видны из центра описанной окружности под углами 100° и 140° .

③

Высота и медиана, проведенные из одной вершины треугольника, делят его угол на части, градусные меры которых относятся как

5:8:5.

Найдите углы треугольника.

Вариант 2

радиус меньшей окружности равен r .

10° и 40° .

4:7:4.

④

В окружности проведены три попарно пересекающиеся хорды. Длина одной из них равна a . Точки пересечения делят каждую хорду на три части, средняя из которых

в два раза больше

в два раза меньше

каждой из двух остальных частей.

Найдите радиус окружности.

⑤

В выпуклом четырехугольнике проведены биссектрисы

внутренних углов.

внешних углов.

Докажите, что точки пересечения пар соседних биссектрис являются вершинами вписанного четырехугольника.

КА-5. ОКРУЖНОСТЬ

Вариант А1

①

Два угла треугольника равны 60° и 80° . Найдите градусные меры дуг, на которые вершины данного треугольника делят описанную окружность.

②

Радиус вписанной в равнобедренный треугольник

Вариант А2

①

Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 100° . Найдите градусные меры дуг, на которые вершины данного треугольника делят описанную окружность.

②

Радиус описанной около равнобедренного треугольника

окружности равен 2 см. Найдите периметр треугольника и радиус описанной окружности.

3

Диагонали ромба равны 30 см и 40 см. Найдите радиус окружности, вписанной в ромб.

Вариант Б1

1

В треугольник, углы которого относятся как 1:3:5, вписана окружность. Найдите углы между радиусами, проведенными в точки касания.

2

В равнобедренный треугольник с основанием 12 см и периметром 32 см вписана окружность. Найдите радиус этой окружности.

3

Диагональ равнобедренной трапеции перпендикулярна боковой стороне. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, если диагональ равна 12 см, а боковая сторона — 9 см.

окружности равен 8 см. Найдите периметр этого треугольника и радиус вписанной окружности.

3

Сторона ромба равна 50 см, а одна из диагоналей — 60 см. Найдите радиус окружности, вписанной в ромб.

Вариант Б2

1

В треугольник вписана окружность. Углы между радиусами окружности, проведенными в точки касания, относятся как 2:3:4. Найдите углы треугольника.

2

В равнобедренный треугольник с боковой стороной 15 см и периметром 54 см вписана окружность. Найдите радиус этой окружности.

3

Диагональ равнобедренной трапеции перпендикулярна боковой стороне. Найдите диагональ трапеции, если радиус описанной окружности равен 13 см, а боковая сторона — 10 см.

Вариант В1**1**

В треугольник с двумя углами α и β вписана окружность. Найдите углы треугольника, вершинами которого являются точки касания.

2

Центр вписанной в остроугольный равнобедренный треугольник окружности делит высоту, проведенную к основанию, в отношении 5:3. Найдите радиус описанной окружности, если высота, проведенная к основанию, равна 32 см.

3

Около окружности радиуса 4 см описана равнобедренная трапеция, площадь которой равна 80 см^2 . Найдите периметр этой трапеции.

Вариант В2**1**

Найдите углы треугольника, в который вписана окружность, если два угла другого треугольника, вершинами которого являются точки касания, равны α и β .

2

Радиус вписанной в тупоугольный равнобедренный треугольник окружности равен 8 см, а высота, проведенная к основанию, — 18 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.

3

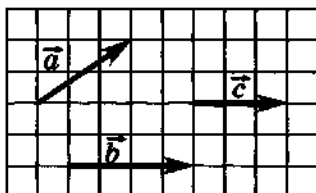
Угол при основании равнобедренной трапеции равен 30° , а площадь трапеции равна 72 см^2 . Найдите радиус окружности, вписанной в трапецию.

Векторы

СА-19. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

Вариант А1

1



Постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{b} + \vec{c}$.

2

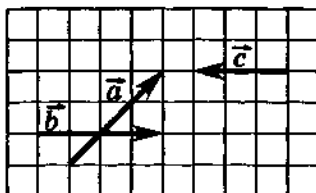
В параллелограмме $ABCD$ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Выразите векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

3

В прямоугольнике $ABCD$ стороны равны 9 см и 40 см. Найдите $|\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}|$.

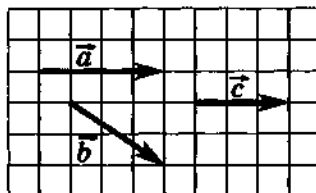
Вариант Б1

1



Вариант А2

1



Постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} - \vec{a}$ и $\vec{c} + \vec{a}$.

2

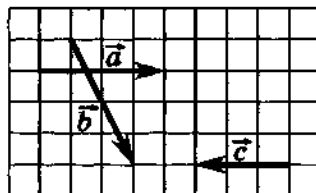
В параллелограмме $ABCD$ $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Выразите векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

3

В прямоугольнике $ABCD$ диагональ равна 25 см, $AB = 7$ см. Найдите $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD}|$.

Вариант Б2

1



Постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{b} + \vec{c}$ и $\vec{b} - \vec{c}$.

②

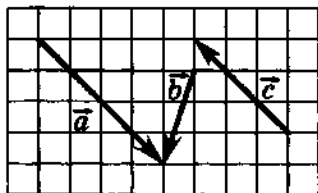
В треугольнике ABC AM — медиана, $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$. Выразите векторы $\vec{AM}$, $\vec{CB}$, $\vec{MC}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

③

В равностороннем треугольнике ABC BD — биссектриса. Найдите $|\vec{AD} + \vec{CA} - \vec{CB}|$, если $AB = 2\sqrt{3}$ см.

Вариант В1

①



Постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} + \vec{c}$ и $\vec{c} - \vec{a}$.

②

В треугольнике ABC M — точка пересечения медиан, $\vec{MA} = \vec{a}$, $\vec{MB} = \vec{b}$. Выразите векторы $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CA}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} - \vec{a}$, $\vec{a} + \vec{c}$ и $\vec{a} - \vec{c}$.

②

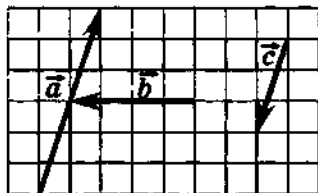
В треугольнике ABC AM — медиана, $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$. Выразите векторы $\vec{MA}$, $\vec{BC}$, $\vec{MB}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

③

В равностороннем треугольнике ABC AD — высота. Найдите $|\vec{CB} + \vec{DC} - \vec{DA}|$, если $AD = \sqrt{3}$ см.

Вариант В2

①



Постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} - \vec{a}$, $\vec{a} + \vec{c}$ и $\vec{c} - \vec{a}$.

②

В треугольнике ABC M — точка пересечения медиан, $\vec{MA} = \vec{a}$, $\vec{MC} = \vec{c}$. Выразите векторы $\vec{BA}$, $\vec{CB}$, $\vec{AC}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

3

В ромбе $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей. Сторона ромба равна 17 см. Найдите $|\overline{AB} + \overline{DA} - \overline{CB} + \overline{CO}|$, если $AC = 16$ см.

3

В ромбе $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей. Сторона ромба равна 25 см. Найдите $|\overline{CB} - \overline{AB} - \overline{DA} + \overline{DO}|$, если $BD = 48$ см.

СА-20. УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

Вариант А1

1

Начертите два неколлинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Постройте векторы:

$$-\frac{1}{2}\vec{a} \text{ и } 3\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

$$-\frac{1}{3}\vec{b} \text{ и } 2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

2

В параллелограмме $ABCD$ точки M и N — середины сторон BC и CD , $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AD} = \vec{b}$.

а) Выразите векторы

$\overline{AM}$ и $\overline{BN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$\overline{AN}$ и $\overline{DM}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

б) Докажите, что векторы

$\overline{BD}$ и $\overline{MN}$ — коллинеарны.

$\overline{DB}$ и $\overline{MN}$ — коллинеарны.

Вариант Б 1**①**

Начертите два неколлинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Постройте векторы

$$\frac{3}{2}\vec{a} - 3\vec{b} \text{ и } \frac{1}{3}\left(2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - 4\vec{b}\right). \quad 1, 25\vec{a} + 2\vec{b} \text{ и } \frac{1}{2}\left(3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + 3\vec{b}\right).$$

②

В параллелограмме $ABCD$ точки M и N лежат на сторонах BC и CD , причем $BM:MC = 3:1$, $CN:ND = 1:2$, $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$.

а) Выразите векторы

$\vec{BN}$ и $\vec{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$\vec{DM}$ и $\vec{NM}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

б) Докажите, что векторы

$\vec{MN}$ и $\frac{1}{2}\vec{AD} - \frac{2}{3}\vec{AB}$ коллинеарны.

$\vec{NM}$ и $\frac{1}{4}\vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB}$ коллинеарны.

Вариант В 1**①**

Начертите два неколлинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Постройте векторы:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} \text{ и } \sqrt{2}\vec{a} + 2\vec{b}. \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} \text{ и } \sqrt{3}\vec{a} + 3\vec{b}.$$

②

В параллелограмме $ABCD$ M — середина стороны BC , $\vec{AB} = \vec{a}$,

Вариант В 2

$\overline{AD} = \vec{b}$. P — точка пересечения
отрезков AM и BD .

а) Выразите через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$

векторы $\overline{BP}$ и $\overline{PA}$.

векторы $\overline{DP}$ и $\overline{PM}$.

б) Докажите, что векторы $\overline{PN}$ и $\overline{AD}$
коллинеарны,

если N лежит на стороне AB
и $AN:NB = 2:1$.

если N лежит на стороне CD
и $CN:ND = 1:2$.

СА-21. СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ

Вариант А1

①

Меньшее основание трапеции
равно 32 см, а средняя ли-
ния — 48 см. Найдите боль-
шее основание трапеции.

②

Периметр равнобедренной
трапеции равен 150 см, а
боковая сторона — 30 см.
Найдите среднюю линию
трапеции.

Вариант Б1

①

В равнобедренной трапеции
высота, проведенная из вер-
шины тупого угла, делит

Вариант А2

①

Большее основание трапеции
равно 64 см, а средняя ли-
ния — 36 см. Найдите мень-
шее основание трапеции.

②

Боковая сторона равно-
бедренной трапеции равна
18 см, а средняя линия —
16 см. Найдите периметр
трапеции.

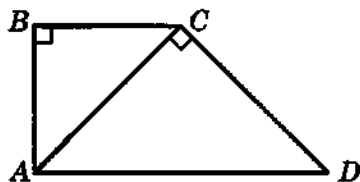
Вариант Б2

①

В равнобедренной трапеции
высота, проведенная из вер-
шины тупого угла, делит

большее основание в отношении 5:8. Меньшее основание трапеции равно 6 см. Найдите среднюю линию трапеции.

2



Диагональ трапеции $ABCD$ делит ее на два прямоугольных равнобедренных треугольника. Найдите среднюю линию трапеции, если $S_{ACD} = 36 \text{ см}^2$.

Вариант В1

1

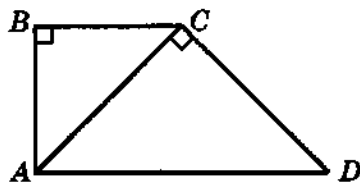
Средняя линия описанной около окружности трапеции равна 10 см. Найдите периметр трапеции.

2

Докажите, что если в равнобедренной трапеции высота равна средней линии, то диагонали трапеции взаимно перпендикулярны.

большее основание на отрезки, один из которых в 5 раз больше другого. Большой отрезок равен 35 см. Найдите среднюю линию трапеции.

2



Диагональ трапеции $ABCD$ делит ее на два прямоугольных равнобедренных треугольника. Найдите среднюю линию трапеции, если $S_{ABC} = 18 \text{ см}^2$.

Вариант В2

1

Периметр описанной около окружности трапеции равен 48 см. Найдите среднюю линию трапеции.

2

Докажите, что если в равнобедренной трапеции диагонали взаимно перпендикулярны, то ее высота равна средней линии.

СА-22*. ВЕКТОРЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

①

В треугольнике ABC O — точка пересечения медиан AM , BN и CK . Постройте вектор

$$4\overrightarrow{OK} + 4\overrightarrow{ON} + 5\overrightarrow{AO} - 7\overrightarrow{OM}$$

$$3\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{OK} - 7\overrightarrow{ON} + 4\overrightarrow{BO}$$

и найдите его длину, если длина медианы AM равна a .

медианы BN равна b .

②

В параллелограмме $ABCD$ точки M и N лежат на стороне BC , а точка K — на стороне AD , причем $BM=MN=NC$, $AK=KD$.

Выразите вектор $\overrightarrow{KN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

$$\vec{a} = \overrightarrow{AM}, \quad \vec{b} = \overrightarrow{DN}.$$

$$\vec{a} = \overrightarrow{AN}, \quad \vec{b} = \overrightarrow{DM}.$$

③

В параллелограмме $ABCD$ точки M , N , K , L лежат на сторонах AB , BC , CD и AD соответственно, причем $AM:MB=CK:KD=1:3$, $BN:NC=DL:LA=1:4$.

С помощью векторов докажите, что

отрезки MK и NL точкой пересечения делятся пополам.

отрезки MN и LK параллельны.

④

Докажите, что если в равнобедренной трапеции

диагонали взаимно перпендикулярны, то ее высота равна средней линии.

высота равна средней линии, то ее диагонали взаимно перпендикулярны.

⑤

Средняя линия трапеции равна 20 см и делит данную трапецию на две трапеции,

средние линии которых относятся как 17:23.

разность средних линий которых равна 12 см.

Найдите основания данной трапеции.

КА-6. ВЕКТОРЫ. ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Вариант А1

①

M, N, K — середины сторон AB, BC и AC треугольника ABC , $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AK} = \vec{b}$.

а) Выразите векторы $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BK}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

б) Докажите с помощью векторов, что $MK \parallel BC$.

②

Одно из оснований трапеции больше другого на 8 см, а

Вариант А2

①

M, N, K — середины сторон AB, BC и AC треугольника ABC , $\overrightarrow{CK} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CN} = \vec{b}$.

а) Выразите векторы $\overrightarrow{CM}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

б) Докажите с помощью векторов, что $KN \parallel AB$.

②

Основания трапеции относятся как 5:6, а средняя линия

средняя линия равна 14 см. Найдите основания трапеции.

Вариант Б1

1

Точки D и E — середины сторон AB и BC треугольника ABC , а точки M и N лежат на стороне AC , причем $AM = MN = NC$, $\overline{AM} = \vec{a}$, $\overline{AD} = \vec{b}$.

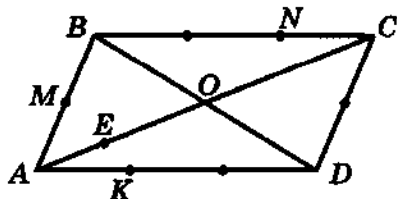
- Выразите векторы $\overline{AE}$, $\overline{BN}$, $\overline{EN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
- Докажите с помощью векторов, что $BN \parallel DM$.

2

Меньшее основание трапеции относится к средней линии как 1:3, а большее основание равно 30 см. Найдите среднюю линию трапеции.

Вариант В1

1



Дано: $ABCD$ — параллелограмм;

равна 22 см. Найдите основания трапеции.

Вариант Б2

1

Точки D и E — середины сторон AB и BC треугольника ABC , а точки M и N лежат на стороне AC , причем $AM = MN = NC$, $\overline{CN} = \vec{a}$, $\overline{CE} = \vec{b}$.

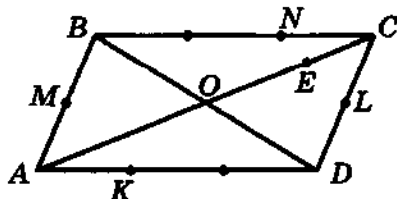
- Выразите векторы $\overline{CD}$, $\overline{MB}$, $\overline{MD}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
- Докажите с помощью векторов, что $MB \parallel NE$.

2

Большее основание трапеции относится к средней линии как 4:3, а меньшее основание равно 12 см. Найдите среднюю линию трапеции.

Вариант В2

1



Дано: $ABCD$ — параллелограмм;

$$\overline{OC} = \vec{a}; \overline{OD} = \vec{b};$$

$$AM = MB;$$

$$BN : NC = 2:1;$$

$$AK : KD = 1:2.$$

- а) Выразите векторы $\overline{BK}$ и $\overline{NM}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
- б) Докажите с помощью векторов, что точка E диагонали AC лежит на прямой MK , если $AE:EC = 1:4$.

2

В равнобедренной трапеции угол при основании равен 60° . Диагональ трапеции делит среднюю линию в отношении $2:5$. Найдите среднюю линию трапеции, если ее боковая сторона равна 12 см.

$$\overline{OC} = \vec{a}; \overline{OD} = \vec{b};$$

$$AM = MB;$$

$$BN : NC = 2:1;$$

$$AK : KD = 1:2.$$

- а) Выразите векторы $\overline{MN}$ и $\overline{KB}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
- б) Докажите с помощью векторов, что точка E диагонали AC лежит на прямой NL , если $AE:EC = 4:1$, $CL = LD$.

2

В равнобедренной трапеции угол при основании равен 60° . Диагональ трапеции делит среднюю линию на отрезки, разность которых равна 5 см. Найдите среднюю линию трапеции, если ее периметр равен 140 см.

КА-7. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант А1

1

Диагональ прямоугольника равна 41 см, а сторона — 40 см. Найдите площадь прямоугольника.

2

Основания трапеции относятся как $3:11$, длина диаго-

Вариант А2

1

Диагональ ромба равна 30 см, а сторона — 17 см. Найдите площадь ромба.

2

Сумма оснований трапеции равна 36 см. Диагональ тра-

нали равна 42 см. Найдите отрезки, на которые делит эту диагональ другая диагональ трапеции.

3

Хорда, перпендикулярная диаметру, делит его на отрезки 5 см и 45 см. Найдите длину хорды.

Вариант Б1

1

Диагонали ромба относятся как 3:4, а площадь ромба равна 24 см^2 . Найдите периметр ромба.

2

Точка пересечения диагоналей трапеции делит одну из них в отношении 7:15, средняя линия трапеции равна 44 см. Найдите основания трапеции.

3

В окружности проведены две пересекающиеся хорды. Одна из них делится на отрезки 3 см и 12 см, а другая — пополам. Найдите длину второй хорды.

пеции точкой пересечения с другой диагональю делится в отношении 2:7. Найдите основания трапеции.

3

Хорда длиной 30 см, перпендикулярная диаметру, делит его в отношении 1:9. Найдите диаметр окружности.

Вариант Б2

1

Диагонали ромба относятся как 3:4, а периметр равен 200 см. Найдите площадь ромба.

2

Точка пересечения диагоналей трапеции делит одну из них на отрезки 5 см и 17 см, а разность оснований трапеции равна 36 см. Найдите среднюю линию трапеции.

3

В окружности проведены две пересекающиеся хорды. Одна из них делится на отрезки 2 см и 6 см, а длина другой хорды равна 7 см. Найдите отрезки второй хорды.

Вариант В1**1**

Высота, проведенная из вершины тупого угла ромба, делит его сторону на отрезки 5 см и 8 см, считая от вершины острого угла. Найдите площади частей, на которые делит ромб эта высота.

2

В равнобедренную трапецию вписана окружность. Точка касания делит боковую сторону в отношении 9:16, высота трапеции равна 24 см. Найдите среднюю линию трапеции.

3

Из точки окружности проведены диаметр и хорда. Длина хорды равна 30 см, а ее проекция на диаметр меньше радиуса окружности на 7 см. Найдите радиус окружности.

Вариант В2**1**

Высота, проведенная из вершины тупого угла ромба, равна 24 см и делит сторону в отношении 7:18, считая от вершины острого угла. Найдите площади частей, на которые делит ромб эта высота.

2

В равнобедренную трапецию вписана окружность радиуса 6 см. Точка касания делит боковую сторону на отрезки, разность которых равна 5 см. Найдите среднюю линию трапеции.

3

Из точки окружности проведены диаметр и хорда длиной 30 см. Проекция хорды на диаметр относится к радиусу окружности как 18:25. Найдите радиус окружности.

Отвѣты

Ответы к контрольным работам по алгебре

K-1	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1а)	$\frac{y}{4x}$	$\frac{x}{3y}$	$\frac{3x-5}{x^2}$	$\frac{1+3x^2}{2x}$	$\frac{1}{a^2-1}$	$\frac{1}{a^2-4}$
1б)	$x+3$	$x-3$	$\frac{3y+1}{3}$	$\frac{5y-2}{5}$	$\frac{2y-1}{4y^2-2y+1}$	$\frac{9y^2-3y+1}{1-3y}$
1в)	$\frac{1}{a-3}$	$\frac{1}{a+1}$	$\frac{a+2}{2-a}$	$\frac{3-a}{a+3}$	$x-y$	$x+y$
2а)	$\frac{a^3+9}{3a^3}$	$\frac{a^2+8}{4a^2}$	$\frac{3}{x^2+3x}$	$\frac{8}{x^2-6x+8}$	$\frac{1}{a^2b^2-ab}$	$\frac{-4}{2xy+x^2y^2}$
2б)	$\frac{2x^2}{x^2-1}$	$\frac{6x^2}{x^2-9}$	$\frac{1-4y}{2y-1}$	$\frac{36y^2+1}{6y-1}$	$\frac{2}{x(x-2)^2}$	$\frac{1}{x(x-1)^2}$
2в)	$\frac{x+2y}{x}$	$\frac{3x+y}{y}$	$\frac{5a+b}{5b}$	$\frac{a+3b}{3a}$	$-\frac{12b}{2b+3}$	$\frac{6b}{3b-1}$
2г)	$\frac{4a^2+b^2}{2a+b}$	$\frac{a^2+9b^2}{a-3b}$	$\frac{1}{2x+2}$	$\frac{1}{2x+4}$	$\frac{1}{a-1}$	$\frac{1}{a-2}$
3	$\frac{x-3}{x^2+3x}$	$\frac{x+2}{x^2-2x}$	—	—	—	—
4	$x \neq 0, x \neq 1$	$x \neq -1, x \neq 0$	1, 2, 3, 6	1, 2, 3, 6	0	1

K-2	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1а)	3b	4a	$\frac{8bc^2}{5a}$	$\frac{3b}{4a^2c}$	$\frac{ab}{a^2+b^2}$	$\frac{a^2+2b}{b}$
1б)	$\frac{1}{4x}$	$\frac{9}{y}$	$2xy-4y^2$	$\frac{1}{16x^2+4xy}$	$\frac{1}{3x^2+15x}$	$\frac{1}{2x^2-6x}$

1в)	$\frac{m+n}{5}$	$\frac{m-n}{3}$	$\frac{3}{4m+n}$	$\frac{1}{2m-6n}$	-1	1
1г)	$\frac{x^2-x}{x-5}$	$\frac{x+4}{x^2+2x}$	$\frac{y^2}{6y-36y}$	$\frac{7y+49}{y}$	$\frac{m^2}{m-1}$	$\frac{m^2}{m-1}$
3а)	$\frac{x-y}{y}$	$\frac{x+y}{x}$	$a+b$	$a-b$	$\frac{a+2}{2b^2-3b}$	$\frac{3a^2-2a}{x+3a}$
3б)	$\frac{x-4}{3x}$	$\frac{4x}{x-5}$	$\frac{6-2x}{x-2}$	$\frac{3-3x}{x+2}$	$\frac{1}{x^2-2x+4}$	$\frac{x^2+2x}{+4}$

К-3	A1	A2	B1	B2	B1	B2
1а)	16	17,6	18	28	2,7	2,8
1б)	32	63	243	128	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$
1в)	1	0,8	21	9,3	$-\frac{41}{63}$	$-\frac{23}{55}$
2а)	22	14	2,6	3,3	9	10
2б)	2	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{6}$
2в)	36	27	49	27	216	800
3а)	9	36	16	81	2	6
3б)	$\pm\sqrt{3}$	$\pm\sqrt{6}$	± 3	± 2	± 1	± 1
3в)	Корней нет	Корней нет	Корней нет	Корней нет	Корней нет	Корней нет
3г)	$\pm 1,5$	$\pm 1,1$	$\pm 1,1$	$\pm 0,9$	$\pm\sqrt{2}$	$\pm\sqrt{3}$
4	2; 3; 4	2; 3	2; 3	2; 3	-4; -3	-6; -5; -4; -3
5а)	$2a^2$	b^3	$\frac{1}{x^4}$	$\frac{1}{x^2}$	$-a^2b^3$	$-a^5b^4$
5б)	$7c$	$9d$	$-\frac{3a}{b^5}$	$-\frac{a^3}{2b}$	-1	-1

K-4	A1	A2	B1	B2
1a)	$6\sqrt{2}$	$6\sqrt{3}$	0	0
1б)	12	12	6	-10
1в)	$9 - 4\sqrt{5}$	$28 + 10\sqrt{3}$	$66 - 40\sqrt{2}$	$37 + 12\sqrt{7}$
1г)	1	2	-5	-9
2	$3\sqrt{7} < 4\sqrt{5}$	$2\sqrt{6} < 4\sqrt{2}$	$6\sqrt{\frac{2}{3}} > \frac{1}{2}\sqrt{88}$	$8\sqrt{\frac{3}{4}} > \frac{1}{3}\sqrt{405}$
3a)	$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
3б)	$2\sqrt{b} + \sqrt{2}$	$3\sqrt{b} - \sqrt{3}$	$\frac{2a+\sqrt{b}}{2a-\sqrt{b}}$	$\frac{3\sqrt{a+b}}{3\sqrt{a-b}}$
4a)	$\frac{2\sqrt{7}}{7}$	$\frac{4\sqrt{11}}{11}$	$\frac{2\sqrt{5}}{3}$	$\frac{5\sqrt{6}}{4}$
4б)	$2 - \sqrt{2}$	$5 + 2\sqrt{5}$	$2\sqrt{3} - 1$	$2\sqrt{5} + 1$
5	± 1	± 1	± 2	± 2

K-4	B1	B2
1a)	$-4\sqrt{3}$	$-2\sqrt{2}$
1б)	$10 + 4\sqrt{2}$	$18 - 2\sqrt{5}$
1в)	$10\sqrt{5} - 5$	$-6\sqrt{3} - 3$
1г)	2	2
2	Первое выражение меньше	Первое выражение меньше
3a)	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\sqrt{\frac{5}{3}}$
3б)	$\sqrt{a} + 3$	$\frac{1}{\sqrt{a} - 2}$
4a)	$\frac{a\sqrt{a-1}}{a-1}$	$\frac{2\sqrt{a+2}}{a+2}$
4б)	$6\sqrt{2} - 2$	$4\sqrt{3} - 2$
5	± 1	± 1

К-5	A1	A2	B1	B2
1а)	3; 1	5; 1	-9; 7	-13; -5
1б)	0; -9	0; 5	0; 0,3	0; -0,3
1в)	-1; $1\frac{1}{7}$	1; $-1\frac{1}{6}$	2; $\frac{1}{2}$	2; -0,5
1г)	± 5	± 4	$1 \pm \sqrt{7}$	$-1 \pm \sqrt{5}$
2	4 см и 9 см	4 см и 10 см	5 см и 11 см	3 см и 17 см
3	1; $\frac{2}{7}$	1; $\frac{2}{9}$	± 9	± 15
4	-5; 20	-2; 2	8	36
5	$x^2 - 3x - 40 = 0$ или приводи- мое к данному	$x^2 - 5x - 36 = 0$ или приводи- мое к данному	$3x^2 + 10x + 3 = 0$ или приводимое к данному	$2x^2 + 5x + 2 = 0$ или приводи- мое к данному

К-5	B1	B2
1а)	-10; 9	-10; 11
1б)	0; $-\frac{4}{7}$	0; $3\frac{2}{3}$
1в)	-10; 5	-2; 6
1г)	Корней нет	Корней нет
2	36 м ²	10 см или 6 см
3	5; 1	0; $1\frac{1}{3}$
4	2	-2
5	$x^2 - 4x + 1 = 0$ или приводимое к данному	$x^2 - 2x - 1 = 0$ или приводимое к данному

К-6	A1	A2	B1	B2	B1	B2
1а)	2; -1,5	1; -0,75	-19; 1	-1; 11,5	-4	-2
1б)	4	5	-2	-1,5	2	-1
2	18 км/ч	2 км/ч	10 км/ч, 20 км/ч	50 км/ч, 70 км/ч	12 дней	10 дней
3	2	3	2	5	3; 5	-7; 3
4	-1; -6	6; -2	3	-3	-4	2

К-7	A1	A2	Б1
2а)	$10 < x + y < 14$	$5 < x + y < 8$	$7 < 4x + y < 12$
2б)	$4 < x - y < 8$	$2 < x - y < 5$	$9 < 3xy < 24$
2в)	$16 < xy < 40$	$4 < xy < 12$	$4 < 2y - x < 7$
2г)	$2 < \frac{x}{y} < 5$	$2 < \frac{x}{y} < 6$	$1,5 < \frac{x}{y} < 4$
3	$3,3 < P < 3,6$	$1,1 < a < 1,2$	$10,9 < P < 11,2$
4а)	$-7,2 < -4\sqrt{3} < -6,8$	$5,1 < 3\sqrt{3} < 5,4$	$2,9 < \sqrt{20} - \sqrt{2} < 3,2$
4б)	$4,4 < 2\sqrt{3} + 1 < 4,6$	$1,4 < 5 - 2\sqrt{3} < 1,6$	$5,28 < \sqrt{10} + \sqrt{5} < 5,75$
5	5, 6, 7	2, 3, 4	Сумма квадратов больше

К-7	Б2	В1	В2
2а)	$10 < x + 3y < 14$	$27 < 2x + 3y < 36$	$39 < 3x + 4y < 52$
2б)	$6 < 2xy < 16$	$-\frac{1}{4} < \frac{1}{x} - \frac{1}{y} < -\frac{5}{36}$	$\frac{5}{36} < \frac{1}{y} - \frac{1}{x} < \frac{1}{4}$
2в)	$-1 < 3x - y < 3$	$65 < x^2 - y^2 < 135$	$-135 < y^2 - x^2 < -65$
2г)	$\frac{1}{4} < \frac{x}{y} < \frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3} < -\frac{x}{y^2} < -\frac{9}{16}$	$-\frac{16}{9} < -\frac{y^2}{x} < -\frac{3}{4}$
3	$3 < \frac{a+b}{2} < 3,1$	$1 < a < 4$	$64^\circ < \alpha < 65^\circ$
4а)	$1,9 < \sqrt{18} - \sqrt{5} < 2,3$	$5,78 < \sqrt{6} + \sqrt{12} < 6,3$	$0,1 < \sqrt{8} - \sqrt{6} < 0,62$
4б)	$4,48 < \sqrt{2} + \sqrt{10} < 4,95$	$\frac{5}{2} < \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} < \frac{10}{3}$	$\frac{10}{33} < \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} < \frac{10}{31}$
5	Квадрат среднего больше	Указание. Представьте левую часть в виде суммы квадратов двучленов	

К-8	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1а)	$(-\infty; 4)$	$(2; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(-\infty; 3)$	$[-4; +\infty)$	$(-\infty; -6]$
1б)	$(-\infty; -1]$	$[4; +\infty)$	$(-\infty; -1,5]$	$[-5; +\infty)$	$(3; +\infty)$	$(-\infty; 8)$
1в)	$[1; +\infty)$	$(-\infty; 1]$	$[13,5; +\infty)$	$(-\infty; -7]$	$(-\infty; -9]$	$[-14; +\infty)$
2	$[-2; 2,5)$	$(-\infty; -1,5)$	$(-\infty; 2]$	$(1; +\infty)$	$(-4; +\infty)$	$(-2; +\infty)$
3	$(-1; 2)$	$(-1; 2)$	$(-5; 9]$	$(-7; 20]$	$[-5; 7)$	$(1; 10]$
4	$a > 3$	$a < 3$	$a > 1,5$	$a < -\frac{2}{3}$	$a > 4,5$	$a \leq \frac{4}{3}$
5	$[2; 10]$	$[-4; 3]$	$(-2; 4]$	$[-4; 3)$	$(0; 1)$	$(1; +\infty)$
6	Меньше 6 см	Больше 12 см	Не более 600 кг	Не более 36 км	Больше 6 см и меньше 18 см	Больше 4 см и меньше 7 см

К-9	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1а)	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{32}$	$8\frac{1}{8}$	$9\frac{1}{9}$	-27	4
1б)	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	128	$\frac{1}{27}$
1в)	$\frac{1}{64}$	49	-1	-1	$\frac{32}{81}$	$\frac{32}{625}$
2а)	a^2	a^2	a	$\frac{1}{a^2}$	a^4	a^4
2б)	$\frac{2b}{a}$	$\frac{2b}{a}$	$\frac{b}{a}$	ab	$\frac{9}{b}$	$\frac{a^3}{9b}$
3а)	$2,1 \cdot 10^8$	$4,8 \cdot 10^5$	$5,2014 \cdot 10^3$	$3,0251 \cdot 10^3$	$2,04 \cdot 10^{-3}$	$4,201 \cdot 10^{-5}$
3б)	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$1,49 \cdot 10^{-2}$	$3,12 \cdot 10^3$	$1,75 \cdot 10^5$
4а)	$3b^{-2}$	$4a^{-3}$	$18a^2b^{-2}$	$-27a^{-5}b^5$	4^{2n}	7^{2n}
4б)	$\frac{a^2 - b^2}{ab}$	$\frac{a^3 - b^3}{a^2b^2}$	$\frac{a - b}{ab}$	$\frac{b + a}{ab}$	$\frac{1 + a}{1 - a}$	$\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$
5	$4,2 \cdot 10^{12}$ км	50 с	1,548 г	$2,5 \cdot 10^5$ см ³	$1,7 \cdot 10^5$ м	$2,4 \cdot 10^{-6}$ м

К-10	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1	0,5	-0,5	-3	4	3	-2
2	$\left(-2\frac{1}{3}; +\infty\right)$	$(-\infty; -8]$	$(1; 9]$	$(-4; 12]$	$[0,75; 1,5)$	$[1,25; 2,5)$
3	18	7	4	16	$-0,09ab^2$	$-0,12x^4y^3$
4	$125a^3b^{-6}$	$4x^{-3}y^6$	$\frac{8}{y}$	$3ab$	2^{2n+1}	5^{2n-7}
5	12 страниц	5 деталей	4 ч	3 ч	4 ч	8 ч

Ответы к домашним самостоятельным работам по алгебре

С-5	Вариант 1	Вариант 2
1а)	0	0
1б)	$\frac{4}{a(a+8)}$	$\frac{4}{b(b+12)}$
2	$\frac{3}{5}$	3
3	$2x+7+\frac{4}{x-1}$	$4x+2+\frac{5}{x-1}$
4	2	2; 4
5	$a = -\frac{3}{5}, b = \frac{3}{5}$	$a = \frac{1}{3}, b = -\frac{1}{3}$

С-12	Вариант 1	Вариант 2
1а)	4	9
1б)	-1; 5	-3; 2
2	Нет	Нет
3	$\frac{\sqrt{2005}-1}{2}$	$\sqrt{2005}-1$
4а)	$\sqrt{6}-1$	$\sqrt{6}+1$

4б)	$2 + \sqrt{3}$	$2 - \sqrt{3}$
4в)	$\sqrt{3} + \sqrt{2}$	$\sqrt{3} - \sqrt{2}$
4г)	$ \sqrt{2+a} - \sqrt{2-a} $	$ \sqrt{a-4} - 2 $
6а)	$\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$
6б)	$\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$
6в)	$\sqrt{\frac{a+3}{2}} + \sqrt{\frac{a-3}{2}}$	$\sqrt{\frac{b+2}{2}} - \sqrt{\frac{b-2}{2}}$

С-16*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$1; -\frac{1}{2004}$	$-1; \frac{1}{2004}$
1б)	$-1; \frac{1}{2469}$	$1; -\frac{1}{2469}$
2	$1; \frac{c}{a}$	$-1; -\frac{c}{a}$
3а)	$-4; -1; 1; 4$	$-9; -4; 4; 9$
3б)	1	2; 3; -6
3в)	$-5; -\sqrt{5}$	$-1; -\sqrt{7}$
3г)	5	-3
4а)	45	161
4б)	$-\frac{161}{8}$	$\frac{45}{4}$
4в)	-90	-26
5	-1 или 1	-2 или 2
6	46	60
7	0; 2	-3; 0
8	3	-2

С-22*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$a < b$	$a > b$
1б)	$a > b$	$a < b$
2	$a \in (3; 7)$	$a \in (-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$
5а)	$[4; +\infty)$	$(-\infty; 6]$
5б)	-5; 8	-7; 4
5в)	$x \neq -5; x \neq 5$	$x \neq 0; x \neq 9$

Ответы к контрольным работам по геометрии (по Погорелову)

КП-1	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1	65° и 115°	45° и 135°	80° и 100°	70° и 110°	55° и 125°	60° и 120°
2	30 см	30 см	32 см	34 см	Ромб; 16 см	Прямоугольник; 14 см
3	10 см	40 см	—	—	24 см или 30 см	28 см или 32 см

КП-2	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1	25 см	28 см	Ромб; 20 см	Ромб; 12 см	14 см и 24 см или 10 см и 24 см	10 см или 11 см
2	12 см и 20 см	12 см и 28 см	13 см	13 см	6 см и 22 см	3 см и 39 см
3	8 см и 18 см	4 см и 7 см	—	—	—	—

КП-3	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1	15 см	30 см	4 см	12 см	$2\sqrt{17}$ см	30 см
2	$\sqrt{3}$ см	6 см	112 см	48 см	32 см	16 см
3	28 см	34 см	60 см, 80 см и 48 см	25 см, 24 см	14 см, $4\sqrt{37}$ см	20 см, $10\sqrt{13}$ см

КП-4	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1	4 см, 45°, 45°	$\sqrt{2}$ см, 45°, 45°	$4\sqrt{3}$ см, 4 см	$3\sqrt{3}$ см, 3 см	4 см, 4 см, 30°, 30°, 120°	4 см, 4 см, $4\sqrt{3}$ см, 30°, 30°, 120°

2	54 см	54 см	24 см	24 см	70 см	42 см
3	16 см	8 см	4 см, 4 см, 8 см и $4\sqrt{2}$ см, 45°	4 см, 12 см, 135°	$16\sqrt{3}$ см	32 см

КП-5	A1	A2	B1
1а)	$(-1; 3)$	$(3; 3)$	$(4; 0); (0; 6)$
1б)	$4\sqrt{2}$	$2\sqrt{26}$	$(2; 3)$
1в)	A	A	$2\sqrt{13}$
2а)	$x^2 + y^2 = 25$	$x^2 + y^2 = 100$	$(0; 0)$
2б)	$(3; 4); (3; -4)$	$(6; 8); (-6; 8)$	5
2в)	–	–	$x^2 + y^2 = 25$
3	$(1; -1)$	$(-1; 3)$	–

КП-5	B2	B1	B2
1а)	$(6; 0); (0; 8)$	$2\sqrt{17}$	$6\sqrt{2}$
1б)	$(3; 4)$	$y = -4x + 7$	$y = x + 2$
1в)	10	$y = 2x + 1$	$y = 2x + 1$
2а)	$(0; 0)$	$(-3; 1)$	$(-1; 3)$
2б)	5	$(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$	$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$
2в)	$x^2 + y^2 = 25$	$(0; 5); (0; -3)$	$(3; 0); (-5; 0)$
3	–	$(3; 4)$	$(1; -3)$

КП-6	A1	A2	B1
1a)	(4; -3); 5	(-3; -4); 5	(2; 0); 2
1б)	$\overline{CB}$ (0; -3)	$\overline{BA}$ (0; -4)	$\overline{CA}$ (0; 2)
1в)	90°	90°	90°
2a)	(-6; 2)	(-2; -1)	2
2б)	—	—	-2
2в)	—	—	Нет
3	$\bar{a} - \bar{b}, 0,5(\bar{a} + \bar{b})$	$\bar{b} - \bar{a}, 0,5(\bar{a} + \bar{b})$	$0,5\bar{a} - \bar{b}, 0,5\bar{b} - 0,5\bar{a}$

КП-6	B2	B1	B2
1a)	(0; -6); 6	-8,8	2,1
1б)	$\overline{AB}$ (2; 0)	13	13
1в)	90°	A	A
2a)	1	(-1; 2); (3; -1)	(4; 3); (1; 7)
2б)	6	$\bar{c} = -\bar{a} + 3\bar{b}$	$\bar{c} = -\bar{a} + 2\bar{b}$
2в)	Нет	135°	45°
3	$0,5\bar{b} - \bar{a},$ $0,5\bar{a} - 0,5\bar{b}$	$-0,5\bar{a} - 0,5\bar{b},$ $\frac{2}{3}\bar{a} + \frac{1}{3}\bar{b}$	$0,5\bar{a} + 0,5\bar{b},$ $-\frac{1}{6}\bar{a} - \frac{5}{6}\bar{b}$

КП-7	A1	A2	B1	B2	B1	B2
1	52 см	16 см	30 см и 40 см	30 см и 40 см	24 см	24 см
2	13 см	16 см	11,5 см	20,5 см	24 см	24 см
3	(-2; 0)	(-2; -3)	—	—	—	—

**Ответы к домашним самостоятельным работам
по геометрии (по Погорелову)**

СП-5*	Вариант 1	Вариант 2
1	$b-a$	$a+b$
2	150°	30°
4	$45^\circ; 15^\circ; 120^\circ$	$30^\circ; 6^\circ; 144^\circ$
5	$11:13$	$2:3$

СП-9*	Вариант 1	Вариант 2
1	90°	90°
2	$\sqrt{\frac{1}{5}(m_a^2 + m_b^2)}$	$\frac{3}{2}c^2$
3	$\sqrt{23}$ см	$2\sqrt{14}$ см

СП-14*	Вариант 1	Вариант 2
1	$(1; 2)$	$(4; -1)$
2	$(x-0,5)^2 + (y+0,5)^2 = 0,25;$ $(x-0,5)^2 + (y+0,5)^2 = 2,25$	$(x+0,5)^2 + (y-0,5)^2 = 0,25;$ $(x+0,5)^2 + (y-0,5)^2 = 2,25$
3	$y = x-2$	$y = -x+2$
4	$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$	$(x-5)^2 + (y-1)^2 = 8$
5	$(2; 6), (3; 5), (3; -1), (2; -2)$	$(1; 3), (2; 2), (-6; 2), (-5; 3)$

СП-21*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$y=(x-2)^2-1$	$y=(x+2)^2-1$
1б)	$y = \frac{6}{x+2} + 1$	$y = \frac{6}{x-2} + 1$

Ответы к контрольным работам по геометрии (по Атанасяну)

КА-1	A1	A2	B1	B2	B1	B2
1	34 см	36 см	12 см и 16 см	15 см и 9 см	19 см	30 см

КА-2	A1	A2	B1	B2	B1	B2
1	3 см и 4 см	24 см и 8 см	168 см ²	161 см ²	108 см ²	160 см ²
2	3 см, 3 см и 4,5 см ²	3 см, 6 см и $4,5\sqrt{3}$ см ²	35 см ²	18 см ²	104 см	204 см
3	30 см ²	30 см ²	120 см ²	114 см ²	243 см ²	204 см ²

КА-3	A1	A2	B1	B2	B1	B2
1	Да	Да	Да	Да	Да	Да
2	1:9	4 м, 7 м, 9 м	1:4	9:1	4:3	3:2
3	—	—	24 см и 40 см	28 см и 12 см	6 см	$4\frac{2}{3}$ см

КА-4	A1	A2	B1	B2
1	10 см	17 см	3 см и 7,5 см	42 см
2	25 см; 0,8; 0,6	15 см; 0,8; 0,6	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$
3	$c(1+\sin\alpha+\cos\alpha)$	$b\left(1+\frac{1}{\operatorname{tg}\beta}+\frac{1}{\sin\beta}\right)$	$\frac{c\cos\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}$	$\frac{b}{\operatorname{tg}\beta\cos\frac{\beta}{2}}$

КА-4	B1	B2
1	16 см, 30 см и 34 см; 240 см ²	10 см, 24 см и 26 см; 120 см ²

2	75 см, $\frac{4}{3}$	25 см, $\frac{4}{3}$
3	$\frac{1}{2}c^2 \sin(45^\circ + \gamma) \cos(45^\circ + \gamma)$	

КА-5	A1	A2	B1
1	80°, 120°, 160°	80°, 80°, 200°	80°, 120°, 160°
2	12√3 см, 4 см	24√3 см, 4 см	3 см
3	12 см	12 см	7,5 см

КА-5	B2	B1	B2
1	20°, 60°, 100°	$\frac{\alpha + \beta}{2}$, $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$, $90^\circ - \frac{\beta}{2}$	180°-2α, 180°-2β, 2α+2β-180°
2	4 см	25 см	25 см
3	24 см	40 см	3 см

КА-6	A1	A2	B1
1	$\overline{AN} = \bar{a} + \bar{b}$, $\overline{BC} = 2\bar{b} - 2\bar{a}$, $\overline{BK} = \bar{b} - 2\bar{a}$	$\overline{CM} = \bar{a} + \bar{b}$, $\overline{AB} = 2\bar{b} - 2\bar{a}$, $\overline{AN} = \bar{b} - 2\bar{a}$	$\overline{AE} = \bar{b} + 1,5\bar{a}$, $\overline{BN} = 2\bar{a} - 2\bar{b}$, $\overline{EN} = 0,5\bar{a} - \bar{b}$
2	10 см, 18 см	20 см, 24 см	18 см

КА-6	B2	B1	B2
1	$\overline{CD} = \bar{b} + 1,5\bar{a}$, $\overline{MB} = 2\bar{b} - 2\bar{a}$, $\overline{MD} = \bar{b} - 0,5\bar{a}$	$\overline{BK} = \frac{4}{3}\bar{b} - \frac{2}{3}\bar{a}$, $\overline{NM} = -\frac{7}{6}\bar{a} - \frac{1}{6}\bar{b}$	$\overline{MN} = \frac{7}{6}\bar{a} + \frac{1}{6}\bar{b}$, $\overline{KB} = \frac{2}{3}\bar{a} - \frac{4}{3}\bar{b}$
2	18 см	14 см	60 см

КА-7	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1	360 см ²	240 см ²	20 см	2400 см ²	30 см ² и 126 см ²	84 см ² и 516 см ²
2	9 см и 33 см	8 см и 28 см	28 см и 60 см	33 см	25 см	13 см
3	30 см	50 см	12 см	3 см и 4 см	25 см	25 см

**Ответы к домашним самостоятельным работам
по геометрии (по Атанасяну)**

СА-3*	Вариант 1	Вариант 2
1	18 см	26 см
3	30°; 60°	45°
4	30°; 150°; 60°; 120°	20°; 160°; 40°; 140°

СА-8*	Вариант 1	Вариант 2
1	$\frac{ph_a h_b}{h_a + h_b}$	$\frac{Pmn}{m+n}$
3	$\frac{a^2(\sqrt{3}-1)}{4}$	$\frac{\sqrt{3}a^2(\sqrt{3}-1)}{4}$
4	$a(1+\sqrt{2})$	$a(2+\sqrt{3})$

СА-13*	Вариант 1	Вариант 2
3	7,5 см и 7,5 см	10,5 см и 14 см

4	$m \cdot \frac{P - m - n}{m + n},$ $n \cdot \frac{P - m - n}{m + n}$	$a \cdot \frac{P - a - b}{a + b},$ $b \cdot \frac{P - a - b}{a + b}$
5	$\frac{2ab}{a + b}$	$\frac{2ab}{b - a}$

CA-18:	Вариант 1	Вариант 2
1	$R\sqrt{3}$	$\frac{3r\sqrt{3}}{2}$
2	50°, 60° и 70° или 110°, 50° и 20°	5°, 20° и 155° или 5°, 15° и 160°
3	25°, 65° и 90°	24°, 66° и 90°
4	$\frac{a\sqrt{39}}{12}$	$\frac{a\sqrt{57}}{15}$

CA-22:	Вариант 1	Вариант 2
1	$-\frac{1}{3}\overline{AM}; \frac{1}{3}a$	$-\frac{2}{3}\overline{BN}; \frac{2}{3}b$
2	$\frac{3}{4}\overline{a} + \frac{1}{4}\overline{b}$	$\frac{5}{8}\overline{a} + \frac{3}{8}\overline{b}$
5	14 см и 26 см	8 см и 32 см

Литература

1. Алгебра 8. Под ред. С.А. Теляковского. М. 1991.
2. Ш.А. Алимов и др. Алгебра 8. М. 1997.
3. М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов. М., 1992.
4. А.В. Погорелов. Геометрия 7-9. К. 1995.
5. Л.С. Атанасян и др. Геометрия 7-9. М. 1990.
6. А.П. Киселев, Н.А. Рыбкин. Геометрия, планиметрия. М. 1995.
7. Л.М. Лоповок. Сборник задач по геометрии 6-8. К. 1985.
8. Б.Г. Зив, В.М. Мейлер, А.Г. Баханский. Задачи по геометрии для 7-11 классов. М. 1991.
9. В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир. Учимся решать задачи по геометрии. К. 1996.

Содержание

Работа			стр.
Предисловие			3
АЛГЕБРА	Макарычев	Алимов	5
Рациональные дроби			6
С-1. Рациональные выражения. Сокращение дробей	п. 1, 2	7 кл., § 24	6
С-2. Сложение и вычитание дробей	п. 3, 4	7 кл., § 25, 26	8
К-1. Рациональные дроби. Сложение и вычитание дробей	§ 1, 2	7 кл., § 24–25	10
С-3. Умножение и деление дробей. Возведение дроби в степень	п. 5, 6	7 кл., §27	14
С-4. Преобразование рациональных вы- ражений	п. 7	7 кл., § 28	17
С-5*. Все действия с рациональными выражениями (домашняя самостоя- тельная работа)	п. 1–7	7 кл., § 24–28	18
С-6. Обратная пропорциональность и ее график	п. 8	–	20
К-2. Рациональные дроби	Гл. 1	7 кл., §24–28	22
Квадратные корни			25
С-7. Арифметический квадратный корень	п. 11	§ 20	25
С-8. Уравнение $x^2 = a$. Функция $y = \sqrt{x}$	п. 12–14	§ 20–21	28
С-9. Квадратный корень из произведе- ния, дроби, степени	п. 15, 16	§ 24–24	31
К-3. Арифметический квадратный ко- рень и его свойства	§ 4–6	§ 20–24	34

С-10. Внесение и вынесение множителя в квадратных корнях	п. 17	§ 22–24	38
С-11. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни	п. 18	§ 22–24	40
С-12*. Действия с квадратными корнями (домашняя самостоятельная работа)	§ 7	§ 22–24	42
К-4. Применение свойств арифметического квадратного корня	§ 7	§ 22–24	44
Квадратные уравнения			48
С-13. Неполные квадратные уравнения	п. 19, 20	§ 26	48
С-14. Формула корней квадратного уравнения	п. 21	§ 25, 28	49
С-15. Решение задач с помощью квадратных уравнений. Теорема Виета	п. 22, 23	§ 28, 29, 31	51
С-16*. Применение свойств квадратных уравнений (домашняя самостоятельная работа)	§ 8, 9	§ 26–31	53
К-5. Квадратные уравнения	§ 8, 9	§ 26–31	55
С-17. Дробные рациональные уравнения	п. 24	§ 30	58
С-18. Применение дробных рациональных уравнений. Решение задач	п. 25, 26	§ 31	59
К-6. Дробные рациональные уравнения	§ 10	§ 26–31	61
Неравенства			65
С-19. Свойства числовых неравенств	п. 27–19	§ 1, 2	65
К-7. Числовые неравенства и их свойства	§ 11	§ 3, 4	67
С-20. Линейные неравенства с одной переменной	п. 20, 31	§ 6, 7	71
С-21. Системы линейных неравенств	п. 32	§ 8, 9	73
С-22*. Неравенства (домашняя самостоятельная работа)	§ 12	§ 1–9	75
К-8. Линейные неравенства и системы неравенств с одной переменной	§ 12	§ 1–9	77
Степень с рациональным показателем			81
С-23. Степень с отрицательным показателем	§ 13	§ 16, 17	81
К-9. Степень с целым показателем	§ 13	§ 16, 17	83
К-10. Годовая контрольная работа			87

Работа	Пого- релов	Атапа- сия	стр.
ГЕОМЕТРИЯ (по Погорелову)			92
Четырехугольники			92
СП-1. Свойства и признаки параллелограмма	п. 51–53	п. 42, 43	92
СП-2. Прямоугольник. Ромб. Квадрат	п. 54–56	п. 45, 46	94
КП-1. Параллелограмм	п. 51–56	Гл. V	96
СП-3. Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника	п. 57, 58	Гл. V, IX	99
СП-4. Трапеция. Средняя линия трапеции	п. 59	п. 44, 85	101
СП-5*. Четырехугольники (домашняя самостоятельная работа)	п. 57–61	Гл. V, IX	104
КП-2. Трапеция. Средние линии треугольника и трапеции	п. 57–61	Гл. V, IX	105
Теорема Пифагора			108
СП-6. Теорема Пифагора	п. 62, 63	п. 54	108
СП-7. Теорема, обратная теореме Пифагора. Перпендикуляр и наклонная	п. 64, 65	п. 55	110
СП-8. Неравенство треугольника	п. 66	п. 33	112
СП-9*. Теорема Пифагора (домашняя самостоятельная работа)	п. 62–66	Гл. IV, VI	114
КП-3. Теорема Пифагора	п. 62–66	Гл. IV, VI	115
СП-10. Решение прямоугольных треугольников	п. 65	п. 66	117
СП-11. Свойства тригонометрических функций	п. 68–70	п. 67	120
КП-4. Прямоугольный треугольник (итоговая контрольная работа)	§ 7	Гл. VI, VII	122
Декартовы координаты на плоскости			125
СП-12. Координаты середины отрезка. Расстояние между точками. Уравнение окружности	п. 71–74	п. 88, 89	125
СП-13. Уравнение прямой	п. 75–80	п. 92	127
СП-14*. Декартовы координаты (домашняя самостоятельная работа)	§ 8	Гл. X	129
КП-5. Декартовы координаты	§ 8	Гл. X	131
Движение			134
СП-15. Движение и его свойства. Центральная и осевая симметрии. Поворот	п. 82–86	п. 113–115, 117	134
СП-16. Параллельный перенос	п. 87, 88	п. 116	136

Векторы			139
СП-17. Понятие вектора. Равенство векторов	п. 91, 92	п. 76–78	139
СП-18. Действия с векторами в координатной форме. Коллинеарные векторы	п. 93–97	п. 87, 88	141
СП-19. Действия с векторами в геометрической форме	п. 93–97	п. 79–85	143
СП-20. Скалярное произведение	п. 98, 99	п. 102–104	146
СП-21*. Применение параллельного переноса и векторов к решению задач (домашняя самостоятельная работа)	§ 9	Гл. IX–XI	149
КП-6. Векторы	§ 9	Гл. IX–XI	150
КП-7. Годовая контрольная работа			153
ГЕОМЕТРИЯ (по учебнику Атанасяна)			156
Четырехугольники			156
СА-1. Свойства и признаки параллелограмма	п. 51–53	п. 42, 43	156
СА-2. Прямоугольник. Ромб. Квадрат	п. 54–56	п. 45, 46	158
СА-3*. Четырехугольники (домашняя самостоятельная работа)	п. 51–56	Гл. V	161
КА-1. Четырехугольники	п. 51–56	Гл. V	162
Площадь			165
СА-4. Площадь прямоугольника, квадрата	п. 122	п. 49, 50	165
СА-5. Площадь параллелограмма, ромба, треугольника	п. 123–125	п. 51, 52	167
СА-6. Площадь трапеции	п. 126	п. 53	168
СА-7. Теорема Пифагора	п. 63–65	п. 54, 55	170
СА-8*. Площади. Теорема Пифагора (домашняя самостоятельная работа)	§ 7, 14	Гл. VI	172
КА-2. Площади. Теорема Пифагора	§ 7, 14	Гл. VI	173
Подобные треугольники			176
СА-9. Определение подобных треугольников. Свойство биссектрисы угла треугольника	п. 100–102	п. 56–58	176
СА-10. Признаки подобия треугольников	п. 103–106	п. 59–61	178
КА-3. Подобие треугольников	§ 11	п. 56–61	181
СА-11. Применение подобия к решению задач	§ 11	п. 62–65	183
СА-12. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника	п. 67–70	п. 66, 67	186
СА-13*. Подобие и его применение (домашняя самостоятельная работа)	§ 7, 11	п. 62–67	188

КА-4. Применение подобия к решению задач. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника	§ 7, 11	п. 62–67	189
Окружность			192
СА-14. Касательная к окружности	п. 40	п. 68, 69	192
СА-15. Центральные и вписанные углы	п. 107	п. 70, 71	194
СА-16. Теорема о произведении отрезков пересекающихся хорд. Замечательные точки треугольника	п. 108	п. 72, 73	196
СА-17. Вписанная и описанная окружности	§ 5, 14	п. 74, 75	199
СА-18*. Задачи, связанные с окружностью (домашняя самостоятельная работа)	§ 5, 11, 14	Гл. VIII	201
КА-5. Окружность	§ 5, 11, 14	Гл. VIII	202
Векторы			205
СА-19. Сложение и вычитание векторов	п. 94, 95	п. 76–82	205
СА-20. Умножение вектора на число	п. 96, 97	п. 83, 84	207
СА-21. Средняя линия трапеции	п. 59	п. 85	209
СА-22*. Векторы и их применение (домашняя самостоятельная работа)	§ 6, 10	Гл. IX	211
КА-6. Векторы. Применение векторов к решению задач	§ 6, 10	Гл. IX	212
КА-7. Годовая контрольная работа			214
ОТВЕТЫ			217
ЛИТЕРАТУРА			234
Содержание			235

*Алла Петровна Ершова
Вадим Владимирович Голобородько
Анна Сергеевна Ершова*

Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 8 класса

Подписано в печать 31.10.2012. Формат 60×88/16.
Усл.-печ. л. 14,67. Тираж 44 000 экз. Заказ № 2017.

ООО «Илекса», 107023, г. Москва, ул. Буженинова, д. 30, стр. 4,
сайт: www.ilexa.ru, E-mail: real@ilexa.ru,
телефон: 8(495) 964-35-67

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»
Филиал «Чеховский Печатный Двор»
142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1
Сайт: www.chpk.ru, E-mail: marketing@chpk.ru,
факс 8(496) 726-54-10, телефон 8(495) 988-63-87